

MON COACH DE MATHS

Mon cahier d'activités

1^{re}

27 étapes, 223 questions démontrées, 5 domaines

Une fiche méthode avant chaque étape, jamais réinventée

Entoure, puis rédige ta démonstration — deux gestes pour ancrer

Le QR de chaque étape ouvre la démonstration animée du site

27 médailles à colorier, un diplôme à la fin

Les 11 démonstrations du programme, rédigées comme au tableau

Suites, second degré, dérivation, exponentielle, produit scalaire,
probabilités

Comment ça marche

Chaque étape suit la même démonstration : la **fiche méthode** (ce qu'on sait, les étapes, le résultat encadré, un exemple calculé), puis **entoure la bonne réponse**, puis **je démontre** — tu rédiges toi-même trois démonstrations, comme au tableau. Les corrigés sont à la fin.



Ton coach en ligne : les mêmes séries, la démonstration animée de chaque question, les fiches en vidéo. moncoachdemath.fr

Les gestes du cahier



Lis

la fiche méthode, avant de commencer l'étape



Entoure

la bonne réponse parmi les quatre



Démontre

tu écris tes étapes et tu encadres le résultat



Colorie

ta médaille, une par étape

Corrige-toi avec le site

À la fin de chaque étape, un QR code : scanne-le, et tu retrouves la série sur **moncoachdemath.fr** avec la **démonstration animée** de chaque question — les étapes qui s'affichent une par une jusqu'au résultat encadré, C.Q.F.D.

La carte du parcours

Colorie chaque rond quand c'est fait : **M** = la méthode lue, **QCM** = l'exercice « entoure » fait,  = « je démontre » rédigé. Commence à l'étape 1 ; les étapes se suivent par domaine.

ÉTAPE	M	QCM	
ALGÈBRE			
1 Modes de génération d'une suite			
2 Suites arithmétiques			
3 Suites géométriques			
4 Variations et limite d'une suite			
5 Second degré : racines, signe, forme factorisée			
6 Second degré : forme canonique, discriminant, résolution			
7 Automatismes : évolutions et calcul			
ANALYSE			
8 Taux de variation et nombre dérivé			
9 L'équation de la tangente			
10 Dérivées des fonctions de référence			
11 Dérivées et opérations			
12 Variations et signe de la dérivée			
13 La fonction exponentielle			
14 Trigonométrie et cercle trigonométrique			
GÉOMÉTRIE			
15 Produit scalaire : définitions et calcul			

LA CARTE DU PARCOURS • SUITE

ÉTAPE	M	QCM	
16 Produit scalaire en coordonnées			
17 Al-Kashi, angles et longueurs			
18 Vecteur normal à une droite			
19 Équations de cercles			
20 Automatismes : fonctions et représentations			
PROBABILITÉS ET STATISTIQUES			
21 Probabilités conditionnelles et tableaux croisés			
22 Arbres pondérés et probabilités totales			
23 Indépendance de deux événements			
24 Variable aléatoire et loi de probabilité			
25 Espérance, variance et écart type			
26 Automatismes : statistiques et probabilités			
ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION			
27 Listes Python : génération, parcours, comptage			

Mes médailles

Après chaque étape, colorie ta médaille selon tes erreurs sur les questions notées de l'exercice « entoure » : **bronze** (2 erreurs ou moins), **argent** (1 erreur ou moins), **or** (zéro erreur). Tu peux refaire une étape pour améliorer ta médaille — pas de code à saisir, ce cahier se joue entièrement sur le papier.

ÉTAPE	BRONZE	ARGENT	OR
1 Modes de génération d'une suite	☐	☐	☐
2 Suites arithmétiques	☐	☐	☐
3 Suites géométriques	☐	☐	☐
4 Variations et limite d'une suite	☐	☐	☐
5 Second degré : racines, signe, forme factorisée	☐	☐	☐
6 Second degré : forme canonique, discriminant, résolution	☐	☐	☐
7 Automatismes : évolutions et calcul	☐	☐	☐
8 Taux de variation et nombre dérivé	☐	☐	☐
9 L'équation de la tangente	☐	☐	☐
10 Dérivées des fonctions de référence	☐	☐	☐
11 Dérivées et opérations	☐	☐	☐
12 Variations et signe de la dérivée	☐	☐	☐
13 La fonction exponentielle	☐	☐	☐
14 Trigonométrie et cercle trigonométrique	☐	☐	☐
15 Produit scalaire : définitions et calcul	☐	☐	☐
16 Produit scalaire en coordonnées	☐	☐	☐
17 Al-Kashi, angles et longueurs	☐	☐	☐
18 Vecteur normal à une droite	☐	☐	☐

MES MÉDAILLES • SUITE

ÉTAPE	BRONZE	ARGENT	OR
19 Équations de cercles			
20 Automatismes : fonctions et représentations			
21 Probabilités conditionnelles et tableaux croisés			
22 Arbres pondérés et probabilités totales			
23 Indépendance de deux évènements			
24 Variable aléatoire et loi de probabilité			
25 Espérance, variance et écart type			
26 Automatismes : statistiques et probabilités			
27 Listes Python : génération, parcours, comptage			

Modes de génération d'une suite

Une suite se lance de deux façons : une formule qui donne le terme directement, ou une règle qui le construit à partir du précédent — et confondre les deux fait tout dérailler.

Les mots à connaître

- **suite numérique** — Une liste ordonnée et infinie de nombres, notée $u_0, u_1, u_2, \dots$, ou (u_n) . Le nombre n s'appelle l'indice, ou le rang du terme.
- **génération explicite** — Un mode de définition où u_n se calcule directement à partir de n , par une formule $u_n = f(n)$.
- **génération par récurrence** — Un mode de définition où chaque terme se calcule à partir du précédent, par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$, connaissant le premier terme.

Ce que je sais déjà

- Dans une définition explicite, je calcule u_n en remplaçant n par sa valeur, sans avoir besoin des autres termes.
- Dans une définition par récurrence, je dois calculer TOUS les termes précédents, un par un, pour atteindre celui que je cherche.
- L'indice $n + 1$ désigne le rang JUSTE APRÈS n : u_{n+1} est le terme suivant, jamais une opération sur la valeur de u_n .

La méthode

- 1 Je repère le mode de génération : une formule directe en n (explicite), ou une règle utilisant le terme précédent (récurrence).
- 2 Pour une suite explicite, je remplace n par la valeur cherchée dans la formule, et je calcule.
- 3 Pour une suite par récurrence, je pars du premier terme connu et j'applique la relation autant de fois qu'il faut, pas à pas, sans sauter d'étape.
- 4 Une suite peut aussi naître d'un motif géométrique ou d'un dénombrement : je compte alors les éléments d'une configuration selon un entier n , et j'en déduis une formule.

Explicite : $u_n = f(n)$, calcul direct. Récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$, calcul pas à pas depuis le premier terme.

Un exemple entièrement calculé

Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout n , $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

Pour calculer u_2 , je ne peux pas remplacer n directement : je dois d'abord passer par u_1 .

$$u_1 = 2 \times 1 + 1 = 3.$$

$$u_2 = 2 \times 3 + 1 = 7.$$

Attention au piège

Vouloir calculer u_2 en remplaçant n par 2 dans la relation de récurrence elle-même : cette relation ne relie que deux termes CONSÉCUTIFS, elle ne donne jamais un terme directement à partir de son rang.

Modes de génération d'une suite — entoure la bonne réponse

Rappel : Explicite : $u_n = f(n)$, calcul direct. Récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$, calcul pas à pas depuis le premier terme.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Une suite est définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n - 2$. Quelle est la valeur de u_5 ?

13

15

9

5

1. Une suite est définie par $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n - 3$. Quelle est la valeur de u_2 ?

7

11

17

19

2. On sait que $u_5 = 12$ et que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 3$. Quelle est la valeur de u_6 ?

12

18

9

15

3. La suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2$ est un exemple de suite définie...

par un motif
géométrique

par un algorithme
sans formule connue

explicitement, par
une formule du type
<span
class="formule"> $u_n =$
 $f(n)$

par une relation de
récurrence du type
<span
class="formule"> u_{n+1}
 $= f(u_n)$

4. La suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 3u_n$, est un exemple de suite définie...

par une relation de
récurrence, du type
<span
class="formule"> u_{n+1}
 $= f(u_n)$

explicitement, du
type <span
class="formule"> $u_n =$
 $f(n)$

par une somme de
termes consécutifs

par un motif
géométrique

ÉTAPE 1 • EXERCICE 1 (SUITE)

5. Un premier triangle est formé de 3 allumettes ; chaque triangle supplémentaire, accolé au précédent, ajoute 2 allumettes. Combien d'allumettes faut-il pour former 6 triangles ?

13

18

12

15

6. Un algorithme part de $u_0 = 2$ et répète 3 fois l'opération « je double la valeur, puis j'ajoute 1 ». Quelle est la valeur obtenue, u_3 ?

13

16

11

23

7. Dans une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, que représente u_{n+1} ?

le terme qui suit
immédiatement u_n
dans la suite

u_n
augmenté d'une unité

le terme qui précède
 u_n

le produit de $n + 1$ par
 u_n

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Une suite est définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n - 2$. Quelle est la valeur de u_5 ?

1. $u_n = 3n - 2$, je remplace n par 5 :

2. $u_5 = 3 \times 5 - 2$

3. $3 \times 5 = 15$

4. $15 - 2 = 13$

$u_5 = 13$: le terme d'indice 5 vaut 13.

1. Une suite est définie par $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n - 3$. Quelle est la valeur de u_2 ?

Résultat :

2. On sait que $u_5 = 12$ et que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 3$. Quelle est la valeur de u_6 ?

Résultat :

3. La suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2$ est un exemple de suite définie...

Résultat :

Suites arithmétiques

On ajoute toujours le même nombre : une suite arithmétique avance par pas constants, comme un escalier aux marches identiques.

Les mots à connaître

- **suite arithmétique** — Une suite où l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre, appelé la raison, notée r .
- **raison** — Le nombre constant ajouté à chaque terme d'une suite arithmétique pour obtenir le suivant : $u_{n+1} = u_n + r$. Elle ne doit jamais être confondue avec le premier terme.
- **terme général** — Une formule explicite qui donne u_n directement à partir de n , sans passer par les termes précédents.

Ce que je sais déjà

· Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r est $u_n = u_0 + n \times r$.

· La somme de $n + 1$ termes consécutifs, du premier au dernier, se calcule par la méthode de Gauss : (nombre de termes) $\times$ (premier terme + dernier terme) $\div 2$.

· Le signe de la raison donne le sens de variation : positive, la suite est croissante ; négative, elle est décroissante.

· Une évolution à accroissements constants (une quantité qui augmente ou diminue du même montant à chaque étape) se modélise par une suite arithmétique.

La méthode

- 1 J'identifie le premier terme u_0 et la raison r , en repérant le nombre constant ajouté d'un terme au suivant.
- 2 Pour calculer un terme général, j'applique $u_n = u_0 + n \times r$.
- 3 Pour une somme de termes consécutifs, je compte le nombre de termes, j'identifie le premier et le dernier, et j'applique la méthode de Gauss.
- 4 Pour le sens de variation, je regarde uniquement le signe de la raison — jamais celui du premier terme.

$u_n = u_0 + n \times r$; somme = (nombre de termes) $\times$ (premier + dernier) $\div 2$; signe de r donne le sens de variation.

Un exemple entièrement calculé

Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 3$ et pour raison $r = 5$.

$$u_4 = 3 + 4 \times 5 = 23.$$

La raison 5 est strictement positive : la suite est croissante.

Attention au piège

Confondre la raison avec le premier terme : dans $u_0 = 3$, $u_{n+1} = u_n + 5$, la raison est 5, pas 3 — l'erreur la plus fréquente sur ce chapitre.

Suites arithmétiques — entoure la bonne réponse

Rappel : $u_n = u_0 + n \times r$; somme = (nombre de termes) $\times$ (premier + dernier) $\div 2$; signe de r donne le sens de variation.

 Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Une suite arithmétique est définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 5$. Quelle est sa raison ?

8

-5

3

5

1. Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 3$ et pour raison $r = 5$. Quelle est la valeur de u_{10} ?

50

48

35

53

2. Une suite arithmétique de raison $r = 4$ vérifie $u_3 = 17$. Quelle est la valeur de u_0 ?

5

13

17

29

3. Calcule la somme $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17$ des 6 premiers termes d'une suite arithmétique.

102

57

114

40

4. Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 10$ et pour raison $r = -3$. Quel est son sens de variation ?

On ne peut pas
savoir sans calculer
tous les termes

Elle est constante,
car la raison ne
change jamais

Elle est croissante,
car son premier
terme est
strictement positif

Elle est
décroissante, car sa
raison est
strictement négative

5. Un salaire de départ de 1 800 € augmente chaque mois d'une prime fixe de 50 € (modélisation à accroissements constants). Quel est le salaire après 8 mois de prime ?

400 €

2 150 €

2 200 €

14 400 €

6. Une suite arithmétique vérifie $u_1 = 12$ et $u_2 = 19$. Quelle est sa raison ?

19

7

12

31

ÉTAPE 2 · EXERCICE 1 (SUITE)

7. Une suite arithmétique vérifie $u_2 = 8$ et $u_5 = 20$. Quelle est sa raison ?

4

12

14

6

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Une suite arithmétique est définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 5$. Quelle est sa raison ?

1. La raison d'une suite arithmétique est le nombre qu'on ajoute à chaque terme pour obtenir le suivant : c'est le nombre 5 dans la relation de récurrence.
2. Ce n'est pas 3 : 3 est le PREMIER TERME, pas la raison — les deux ne doivent jamais être confondus.

La raison de cette suite est 5.

1. Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 3$ et pour raison $r = 5$. Quelle est la valeur de u_{10} ?

Résultat :

2. Une suite arithmétique de raison $r = 4$ vérifie $u_3 = 17$. Quelle est la valeur de u_0 ?

Résultat :

3. Calcule la somme $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17$ des 6 premiers termes d'une suite arithmétique.

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 1 • Modes de génération d'une suite

Rappel : Explicite : $u_n = f(n)$, calcul direct. Récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$, calcul pas à pas depuis le premier terme.



Scanne le code : la série « Modes de génération d'une suite » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Modes de génération d'une suite » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=suites-generation-modes-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 2 • Suites arithmétiques

Rappel : $u_n = u_0 + n \times r$; somme = (nombre de termes) $\times$ (premier + dernier) $\div 2$; signe de r donne le sens de variation.



Scanne le code : la série « Suites arithmétiques » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Suites arithmétiques » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=suites-arithmetiques-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Suites géométriques

On multiplie toujours par le même nombre : une suite géométrique avance par bonds proportionnels, comme un capital qui fructifie à taux constant.

Les mots à connaître

- **suite géométrique** — Une suite où l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre, appelé la raison, notée q .
- **raison** — Le nombre constant qui multiplie chaque terme d'une suite géométrique pour obtenir le suivant : $u_{n+1} = q \times u_n$. Elle ne doit jamais être confondue avec le premier terme.

Ce que je sais déjà

- Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times q^n$.
- La somme $1 + q + \dots + q^n$, multipliée par u_0 , donne la somme de $n + 1$ termes consécutifs d'une suite géométrique.
- Pour des termes strictement positifs : si $0 < q < 1$, la suite est décroissante ; si $q > 1$, elle est croissante.
- Une évolution à taux constant (une quantité multipliée par le même coefficient à chaque étape) se modélise par une suite géométrique.

La méthode

- 1 J'identifie le premier terme u_0 et la raison q , en repérant le nombre constant qui multiplie un terme pour obtenir le suivant.
- 2 Pour calculer un terme général, j'applique $u_n = u_0 \times q^n$.
- 3 Pour une somme de termes consécutifs, j'utilise la formule de la somme géométrique, en veillant au cas particulier $q = 1$.
- 4 Pour le sens de variation d'une suite à termes positifs, je compare uniquement q à 1 — jamais le premier terme.

$u_n = u_0 \times q^n$; pour des termes positifs, $0 < q < 1$ donne une suite décroissante, $q > 1$ une suite croissante.

Un exemple entièrement calculé

Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 2$ et pour raison $q = 3$.

$$u_4 = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162.$$

La raison 3 est strictement supérieure à 1 : la suite est croissante.

Attention au piège

Confondre la raison avec le premier terme, ou oublier d'extraire une racine carrée quand on retrouve q à partir de $q^2 = u_{n+2} / u_n$: le carré de la raison n'est jamais la raison elle-même.

Suites géométriques — entoure la bonne réponse

Rappel : $u_n = u_0 \times q^n$; pour des termes positifs, $0 < q < 1$ donne une suite décroissante, $q > 1$ une suite croissante.

☒ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Une suite géométrique est définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 3u_n$. Quelle est sa raison ?

6

1/3

3

2

1. Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 2$ et pour raison $q = 3$. Quelle est la valeur de u_4 ?

81

162

54

24

2. Une suite géométrique de raison $q = 2$ vérifie $u_2 = 12$. Quelle est la valeur de u_0 ?

8

6

48

3

3. Calcule la somme $1 + 2 + 4 + 8 + 16$.

15

31

32

16

4. Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 8$ (strictement positif) et pour raison $q = 0,5$. Quel est son sens de variation ?

Elle est croissante,
car q est un nombre
positif

Elle est
décroissante, car $0 <$
 $q < 1$ et le premier
terme est
strictement positif

On ne peut pas
savoir sans calculer
tous les termes

Elle est constante

ÉTAPE 3 · EXERCICE 1 (SUITE)

5. Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 4$ (strictement positif) et pour raison $q = 1,5$. Quel est son sens de variation ?

Elle est constante

Elle est décroissante, car q est plus grand que le premier terme

On ne peut pas savoir sans calculer tous les termes

Elle est croissante, car $q > 1$ et le premier terme est strictement positif

6. Un capital de 1 000 € augmente de 10 % chaque année (taux constant). Quelle est sa valeur après 3 ans ?

1 331 €

331 €

1 100 €

1 300 €

7. Une suite géométrique de termes strictement positifs vérifie $u_1 = 5$ et $u_3 = 45$. Quelle est sa raison ?

20

25

3

9

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Une suite géométrique est définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 3u_n$. Quelle est sa raison ?

1. La raison d'une suite géométrique est le nombre par lequel on multiplie chaque terme pour obtenir le suivant : ici, 3.
2. Ce n'est pas 2 : 2 est le premier terme, pas la raison.

La raison de cette suite est 3.

1. Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 2$ et pour raison $q = 3$. Quelle est la valeur de u_4 ?

Résultat :

2. Une suite géométrique de raison $q = 2$ vérifie $u_2 = 12$. Quelle est la valeur de u_0 ?

Résultat :

3. Calcule la somme $1 + 2 + 4 + 8 + 16$.

Résultat :

Variations et limite d'une suite

Une suite qui monte, une qui descend, une qui oscille sans jamais se stabiliser : trois destins différents, à lire dans son comportement, pas dans son premier terme.

Les mots à connaître

- **limite d'une suite** — La valeur (finie) ou le comportement (infini) vers lequel se rapprochent les termes d'une suite quand n devient très grand. Certaines suites n'ont pas de limite.
- **conjecturer** — Proposer, à partir d'exemples numériques ou d'une représentation graphique, une hypothèse qui n'est pas encore démontrée.

Ce que je sais déjà

· Pour étudier le sens de variation, j'étudie le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$ (ou, pour des termes strictement positifs, je compare le quotient u_{n+1} / u_n à 1).

· Une suite arithmétique de raison strictement positive tend vers $+\infty$; de raison strictement négative, elle tend vers $-\infty$.

· Une suite géométrique à termes positifs, de raison strictement supérieure à 1, tend vers $+\infty$; de raison comprise strictement entre 0 et 1, elle tend vers 0.

· Une suite peut ne pas avoir de limite : c'est le cas d'une suite qui oscille indéfiniment, comme $u_n = (-2)^n$.

La méthode

- 1 Pour le sens de variation, je calcule ou j'observe le signe de $u_{n+1} - u_n$: positif, la suite croît ; négatif, elle décroît.
- 2 Je peux aussi lire une conjecture de variation ou de limite sur un graphique, en observant l'allure des premiers termes.
- 3 Pour conjecturer une limite, je calcule plusieurs termes, ou je m'appuie sur le comportement connu des suites arithmétiques et géométriques.
- 4 Je vérifie la cohérence entre les trois registres : ce que dit la phrase, ce que montre le calcul, ce que suggère le graphique.

Signe de $u_{n+1} - u_n$: sens de variation. Raison de la suite : comportement à l'infini (fini, infini, ou absence de limite).

Un exemple entièrement calculé

Soit la suite géométrique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $q = 0,5$.

Ses premiers termes sont 8 ; 4 ; 2 ; 1 ; 0,5 : ils se rapprochent de plus en plus de 0.

Comme $0 < q < 1$, on conjecture que cette suite tend vers 0.

Attention au piège

Croire qu'une suite dont les termes changent de signe ne peut que tendre vers 0 : une suite comme $u_n = (-2)^n$ oscille en s'éloignant de plus en plus de 0, et n'a pas de limite du tout.

Variations et limite d'une suite — entoure la bonne réponse

Rappel : Signe de $u_{n+1} - u_n$: sens de variation. Raison de la suite : comportement à l'infini (fini, infini, ou absence de limite).

 Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Une suite vérifie, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2$. Quel est son sens de variation ?

On ne peut pas
savoir sans
connaître le premier
terme

Elle est
décroissante, car
 $u_{n+1} - u_n = -2$
est strictement
négatif

Elle est croissante

Elle est constante

1. Une suite géométrique de termes strictement positifs a pour raison $q = 1,5$. Quel est son sens de variation ?

On ne peut pas
savoir sans
connaître le
premier terme

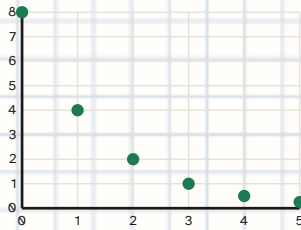
Elle est décroissante,
car q est un nombre
décimal

Elle est constante

Elle est croissante, car
le quotient $u_{n+1}/u_n = 1,5$
est strictement supérieur à
1

ÉTAPE 4 · EXERCICE 1 (SUITE)

2. En observant les premiers termes de cette suite, représentés ci-dessous, que peut-on conjecturer sur sa limite ?



Elle semble tendre
vers $+\infty$

Elle n'a pas de
limite

Elle semble tendre
vers 8

Elle semble tendre
vers 0

3. Une suite arithmétique a pour raison $r = 3$ (strictement positive). Que peut-on conjecturer sur sa limite ?

Elle tend vers 0

Elle tend vers $-\infty$

Elle tend vers $+\infty$

Elle n'a pas de
limite

4. Une suite arithmétique a pour raison $r = -4$ (strictement négative). Que peut-on conjecturer sur sa limite ?

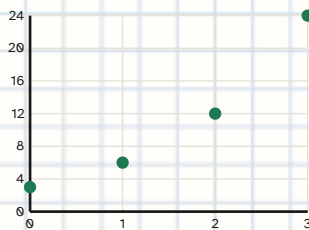
Elle tend vers $-\infty$

Elle tend vers $+\infty$

Elle est constante

Elle tend vers 0

5. Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 3$ (strictement positif) et pour raison $q = 2$. Ses premiers termes sont 3, 6, 12, 24, ... Que peut-on conjecturer sur sa limite ?



Elle tend vers 3

Elle tend vers 0

Elle tend vers $+\infty$

Elle n'a pas de
limite

ÉTAPE 4 · EXERCICE 1 (SUITE)

6. Une suite est définie par $u_n = (-2)^n$. Ses premiers termes sont 1, -2, 4, -8, ... Que peut-on dire de sa limite ?

Elle tend vers $+\infty$

Elle est constante

Elle n'admet pas de limite, ni finie ni infinie

Elle tend vers 0

7. Une population perd 8 % de son effectif chaque année. On la modélise par une suite géométrique de raison $q = 0,92$ et de premier terme strictement positif. Quel est le sens de variation de cette suite ?

Elle est constante

Elle est décroissante, car $0 < q < 1$ et le premier terme est strictement positif

Elle est croissante, car une perte de 8 % laisse encore 92 % de la population

On ne peut pas savoir sans connaître l'effectif initial

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Une suite vérifie, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2$. Quel est son sens de variation ?

1. Pour étudier le sens de variation, j'étudie le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$.
2. $u_{n+1} - u_n = -2$
3. -2 est strictement négatif pour tout n : la suite est décroissante, quel que soit son premier terme.

La suite est décroissante, quel que soit son premier terme.

1. Une suite géométrique de termes strictement positifs a pour raison $q = 1,5$. Quel est son sens de variation ?

Résultat :

2. Une suite arithmétique a pour raison $r = 3$ (strictement positive). Que peut-on conjecturer sur sa limite ?

Résultat :

3. Une suite arithmétique a pour raison $r = -4$ (strictement négative). Que peut-on conjecturer sur sa limite ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 3 • Suites géométriques

Rappel : $u_n = u_0 \times q^n$; pour des termes positifs, $0 < q < 1$ donne une suite décroissante, $q > 1$ une suite croissante.



Scanne le code : la série « Suites géométriques » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Suites géométriques » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=suites-geometriques-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 4 • Variations et limite d'une suite

Rappel : Signe de $u_{n+1} - u_n$: sens de variation. Raison de la suite : comportement à l'infini (fini, infini, ou absence de limite).



Scanne le code : la série « Variations et limite d'une suite » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Variations et limite d'une suite » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=suites-variations-limite-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Second degré : racines, signe, forme factorisée

Sous forme factorisée, une fonction du second degré livre ses racines sans calcul : il suffit de savoir les lire, sans se tromper de signe.

Les mots à connaître

- **racine** — Une valeur de x qui annule une fonction : $f(r) = 0$.
- **forme factorisée** — Une écriture du type $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, qui affiche directement les racines r_1 et r_2 .

Ce que je sais déjà

· Dans $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, les racines sont r_1 et r_2 — attention au signe : le facteur $(x - r)$ s'annule en $x = r$, pas en $x = -r$.

· La somme des racines vaut $r_1 + r_2$, leur produit vaut $r_1 \times r_2$: deux quantités bien distinctes, à ne jamais échanger.

· Le signe d'une fonction du second degré factorisée est celui de a À L'EXTÉRIEUR des racines, et le signe contraire de a ENTRE les racines.

La méthode

- 1 Pour lire les racines d'une forme factorisée, j'annule chaque facteur : $(x - r) = 0$ donne $x = r$.
- 2 Pour étudier le signe, je place les racines dans un tableau, dans l'ordre croissant, et j'applique la règle : signe de a à l'extérieur, signe opposé entre les racines.
- 3 Pour factoriser à partir de la forme développée, je cherche une racine évidente, ou deux nombres dont je connais la somme et le produit.
- 4 Pour déterminer une fonction s'annulant en deux réels donnés r_1 et r_2 , j'écris $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$.

$f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$: racines r_1, r_2 ; signe de a à l'extérieur des racines, signe opposé entre elles.

Un exemple entièrement calculé

Soit $f(x) = 2(x - 3)(x + 1)$.

Les racines sont 3 et -1 (et non -3 et 1).

Le coefficient $a = 2$ est positif : $f(x)$ est positif à l'extérieur de $[-1 ; 3]$, négatif entre les deux racines.

Attention au piège

Inverser le signe d'une racine lue sur un facteur $(x + 1)$: ce facteur s'annule en $x = -1$, jamais en $x = 1$ — le signe DEVANT x dans le facteur s'inverse toujours pour donner la racine.

Second degré : racines, signe, forme factorisée — entoure la bonne réponse

Rappel : $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$: racines r_1, r_2 ; signe de a à l'extérieur des racines, signe opposé entre elles.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

On définit $f(x) = 2(x - 3)(x + 1)$. Quelles sont les racines de f ?

-3 et 1

3 et -1

3 et 1

3 seulement

1. D'après ce tableau de signes, quel est l'ensemble des solutions de $f(x) > 0$ pour $f(x) = 2(x - 3)(x + 1)$?

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$x + 1$	-	0	+	+
$x - 3$	-	-	0	+
$f(x) = 2(x - 3)(x + 1)$	0	-	0	+

$] -\infty ; -1[\cup] 3 ; +\infty [$

$] -\infty ; -1[\cup [3 ; +\infty [$

$[-1 ; 3]$

$] -\infty ; -1[$

2. D'après ce tableau de signes, quel est l'ensemble des solutions de $f(x) \geq 0$ pour $f(x) = -(x - 2)(x - 5)$?

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$
$x - 2$	-	0	+	+
$x - 5$	-	-	0	+
$f(x) = -(x - 2)(x - 5)$	0	+	0	-

$[2 ; 5]$

$]2 ; 5]$

$]2 ; 5[$

$] -\infty ; 2] \cup [5 ; +\infty [$

3. Quelle fonction polynôme du second degré, de coefficient dominant 1, s'annule en -2 et en 4 ?

$f(x) = (x + 2)(x + 4)$

$f(x) = (x - -2)$

$f(x) = (x + 2)(x - 4)$

$f(x) = (x - 2)(x + 4)$

4. Pour $f(x) = (x - 3)(x - 5)$, quelle est la SOMME de ses racines ?

-8

8

2

15

5. On donne $f(x) = x^2 - 4x + 3$. On remarque que $f(1) = 0$. Quelle est la seconde racine de f ?

4

-3

3

1

ÉTAPE 5 · EXERCICE 1 (SUITE)

6. On donne $f(x) = x^2 - 7x + 12$. Quelles sont les racines de f ?

7 et 12

3 et 4

2 et 5

1 et 6

7. Résous $(x - 2)(x + 3) \leq 0$.

$[3 ; -2]$

$[-3 ; 2]$

$] -\infty ; -3] \cup [2 ; +\infty[$

$] -3 ; 2[$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

On définit $f(x) = 2(x - 3)(x + 1)$. Quelles sont les racines de f ?

1. Une racine annule un facteur : $(x - 3) = 0$ donne $x = 3$, $(x + 1) = 0$ donne $x = -1$.
2. Attention au signe : dans $(x - 3)$, la racine est 3 et non -3 ; dans $(x + 1)$, la racine est -1 et non 1.

Les racines de f sont 3 et -1 .

1. Quelle fonction polynôme du second degré, de coefficient dominant 1, s'annule en -2 et en 4 ?

Résultat :

2. Pour $f(x) = (x - 3)(x - 5)$, quelle est la SOMME de ses racines ?

Résultat :

3. On donne $f(x) = x^2 - 4x + 3$. On remarque que $f(1) = 0$. Quelle est la seconde racine de f ?

Résultat :

Second degré : forme canonique, discriminant, résolution

Un seul nombre, le discriminant, décide de tout : deux racines, une seule, ou aucune — jamais besoin de deviner.

Les mots à connaître

- **discriminant** — Pour $f(x) = ax^2 + bx + c$, le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$, qui donne le nombre de racines réelles de f .
- **forme canonique** — Une écriture du type $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, obtenue par complétion du carré, qui affiche directement le minimum ou le maximum de f .

Ce que je sais déjà

- Le discriminant se calcule par $\Delta = b^2 - 4ac$.
- Si $\Delta > 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions distinctes : $x = (-b - \sqrt{\Delta}) / (2a)$ et $x = (-b + \sqrt{\Delta}) / (2a)$.
- Si $\Delta = 0$, l'équation a une UNIQUE solution (une racine double) : $x = -b / (2a)$.
- Si $\Delta < 0$, l'équation n'a aucune solution réelle ; f garde alors un signe constant, celui de a .

La méthode

- 1 Je calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.
- 2 Je détermine son signe : positif (deux racines), nul (une racine double), ou négatif (aucune racine réelle).
- 3 Si $\Delta \geq 0$, j'applique les formules de résolution, en n'oubliant ni le signe moins devant b , ni la division par $2a$.
- 4 Pour un problème d'optimisation, je choisis la forme canonique, qui donne directement le minimum ou le maximum sans calcul supplémentaire.

$\Delta = b^2 - 4ac$: $\Delta > 0$ deux racines, $\Delta = 0$ une racine double, $\Delta < 0$ aucune racine réelle.

Un exemple entièrement calculé

Réolvons $x^2 - x - 6 = 0$.

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1 + 24 = 25.$$

$\Delta = 25$ est strictement positif, et $\sqrt{25} = 5$.

$$x_1 = (1 - 5) / 2 = -2 \text{ et } x_2 = (1 + 5) / 2 = 3.$$

Attention au piège

Oublier de diviser par $2a$ après avoir calculé $-b \pm \sqrt{\Delta}$, ou ne garder qu'une seule des deux racines quand $\Delta > 0$: une équation du second degré avec Δ strictement positif a toujours DEUX solutions.

Second degré : forme canonique, discriminant, résolution — entoure la bonne réponse

Rappel : $\Delta = b^2 - 4ac$: $\Delta > 0$ deux racines, $\Delta = 0$ une racine double, $\Delta < 0$ aucune racine réelle.

 Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Écris $f(x) = x^2 + 6x + 1$ sous forme canonique, à l'aide de l'identité $x^2 + 2ax = (x + a)^2 - a^2$.

$f(x) = (x + 3)^2 - 8$ ✓

$f(x) = (x + 3)^2 - 9$

$f(x) = (x + 6)^2 - 8$

$f(x) = (x + 3)^2 + 8$

1. Calcule le discriminant de $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$.

1

49

31

76

2. Résous $x^2 - x - 6 = 0$, sachant que son discriminant vaut 25.

-6 et 4

-2 et 3

3 seulement

-4 et 6

3. Combien de racines réelles admet $x^2 + 2x + 5 = 0$, sachant que son discriminant vaut -16 ?

Une infinité de racines

Une seule racine double

Aucune, car Δ est strictement négatif

Deux racines réelles distinctes

4. Résous $x^2 - 6x + 9 = 0$, sachant que son discriminant est nul.

$x = -6$

Aucune solution

$x = 3$ (racine double)

$x = 3$ et $x = -3$

5. On donne $f(x) = 2x^2 + x + 3$, de discriminant -23. Quel est le signe de $f(x)$ pour tout réel x ?

Toujours strictement positif, car $\Delta < 0$ et $a > 0$

Il change de signe selon x

Toujours strictement négatif

Toujours nul

ÉTAPE 6 · EXERCICE 1 (SUITE)

6. On donne $f(x) = (x - 2)^2 + 5$, qui se développe en $f(x) = x^2 - 4x + 9$. Quelle forme permet de lire directement le minimum de f , et quel est ce minimum ?

La forme factorisée ;
le minimum est 2

La forme canonique ;
le minimum est 5,
atteint en $x = 2$

La forme développée
; le minimum est 9

La forme canonique ;
le minimum est 2

7. Résous $x^2 + 3x - 4 = 0$.

-2 et 8

-8 et 2

1 seulement

-4 et 1

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Écris $f(x) = x^2 + 6x + 1$ sous forme canonique, à l'aide de l'identité $x^2 + 2ax = (x + a)^2 - a^2$.

1. Ici $2a = 6$, donc $a = 3$: je reconnais $x^2 + 6x = (x + 3)^2 - 9$.

2. Il reste à ajouter le terme constant 1 : $(x + 3)^2 - 9 + 1 = (x + 3)^2 - 8$.

La forme canonique de f est $(x + 3)^2 - 8$.

1. Calcule le discriminant de $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$.

Résultat :

2. Résous $x^2 - x - 6 = 0$, sachant que son discriminant vaut 25.

Résultat :

3. Combien de racines réelles admet $x^2 + 2x + 5 = 0$, sachant que son discriminant vaut -16 ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 5 • Second degré : racines, signe, forme factorisée

Rappel : $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$: racines r_1, r_2 ; signe de a à l'extérieur des racines, signe opposé entre elles.



Scanne le code : la série « Second degré : racines, signe, forme factorisée » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Second degré : racines, signe, forme factorisée » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=second-degre-forme-factorisee-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 6 • Second degré : forme canonique, discriminant, résolution

Rappel : $\Delta = b^2 - 4ac$: $\Delta > 0$ deux racines, $\Delta = 0$ une racine double, $\Delta < 0$ aucune racine réelle.



Scanne le code : la série « Second degré : forme canonique, discriminant, résolution » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Second degré : forme canonique, discriminant, résolution » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=second-degre-discriminant-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Automatismes : évolutions et calcul

Des réflexes à avoir les yeux fermés : un taux d'évolution, un produit nul, un signe à lire — le genre de calcul qui doit devenir automatique avant le jour du bac.

Les mots à connaître

- **taux d'évolution** — Le pourcentage qui mesure la variation relative d'une quantité entre une valeur de départ et une valeur d'arrivée.
- **taux réciproque** — Le taux d'évolution qui permet de revenir exactement à la valeur de départ après une évolution donnée — il n'est JAMAIS l'opposé du taux initial.
- **équation produit nul** — Une équation du type $(x - a)(x - b) = 0$, résolue en annulant chaque facteur séparément.

Ce que je sais déjà

- Augmenter de $p\%$ revient à multiplier par $1 + p/100$; diminuer de $p\%$ revient à multiplier par $1 - p/100$.
- Pour retrouver une valeur initiale, je divise par le coefficient multiplicateur — je ne l'applique jamais une seconde fois.
- Des évolutions successives se combinent en MULTIPLIANT leurs coefficients multiplicateurs, jamais en additionnant leurs taux.
- Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.
- Le signe d'une expression du premier degré change une seule fois, à sa racine ; celui d'une expression factorisée du second degré se lit facteur par facteur.

La méthode

- 1 Pour une évolution, je calcule ou j'utilise le coefficient multiplicateur $1 + p/100$, jamais le pourcentage seul.
- 2 Pour des évolutions successives, je multiplie les coefficients entre eux, puis je reviens au taux global en soustrayant 1.
- 3 Pour une équation produit nul, j'annule chaque facteur l'un après l'autre, et je garde toutes les solutions trouvées.
- 4 Pour un signe, je repère la ou les racines, puis je teste ou je raisonne sur chaque intervalle qu'elles délimitent.
- 5 Pour développer, factoriser ou réduire, je vérifie chaque signe un par un, sans jamais combiner deux termes trop vite.

Coefficient multiplicateur pour une évolution ; produit des coefficients pour des évolutions successives ; produit nul = un facteur nul.

Automatismes : évolutions et calcul — l'exemple

Un exemple entièrement calculé

Un prix de 80 € augmente de 15 %.

Le coefficient multiplicateur est $1 + 15/100 = 1,15$.

Le nouveau prix est $80 \times 1,15 = 92$ €.

Attention au piège

Croire que le taux réciproque d'une hausse de 25 % est une baisse de 25 % : le coefficient réciproque de 1,25 est $1 / 1,25 = 0,8$, soit une baisse de seulement 20 %.

Automatismes : évolutions et calcul — entoure la bonne réponse

Rappel : Coefficient multiplicateur pour une évolution ; produit des coefficients pour des évolutions successives ; produit nul = un facteur nul.

 **Entoure la bonne réponse.**

REGARDE

Un article coûte 80 €. Son prix augmente de 15 %. Quel est le nouveau prix ?

95 €

120 €

92 €

12 €

1. Après une hausse de 20 %, un article coûte 96 €. Quel était son prix initial ?

80 €

115 €

76 €

77 €

2. Un prix passe de 40 € à 46 €. Quel est le taux d'évolution ?

+115 %

+13 %

+15 %

+6 %

3. Un prix subit une hausse de 10 % puis une baisse de 10 %. Quel est le taux d'évolution global ?

-1 %

+1 %

0 %

-20 %

4. Un prix augmente de 25 %. Quel taux d'évolution permet de revenir exactement au prix initial ?

+20 %

-20 %

-80 %

-25 %

5. Résous $(x - 5)(x + 2) = 0$.

5 et -2

5 et 2

-5 et -2

-5 et 2

6. Quel est le signe de $3x - 12$ lorsque $x = 2$?

Nul

Positif

Négatif

On ne peut pas savoir

7. Quel est le signe de $(x - 1)(x - 6)$ lorsque $x = 3$?

Négatif

Positif

Dépend du signe du coefficient dominant

Nul

ÉTAPE 7 • EXERCICE 1 (SUITE)

8. Développe $(x + 4)(x - 3)$.

$$x^2 + x + 12$$

$$x^2 + 7x - 12$$

$$x^2 - x - 12$$

$$x^2 + x - 12$$

9. Factorise et réduis $2x^2 + 4x$.

$$2(x^2 + 4x)$$

$$2x(x + 2)$$

$$x(2x + 4)$$

$$2x(x + 4)$$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

RÉGARDE

Un article coûte 80 €. Son prix augmente de 15 %. Quel est le nouveau prix ?

$$1. 80 \times 1,15 = 92$$

Le nouveau prix est 92 €.

1. Après une hausse de 20 %, un article coûte 96 €. Quel était son prix initial ?

Résultat :

2. Un prix passe de 40 € à 46 €. Quel est le taux d'évolution ?

Résultat :

3. Un prix subit une hausse de 10 % puis une baisse de 10 %. Quel est le taux d'évolution global ?

Résultat :

Taux de variation et nombre dérivé

Le taux de variation mesure la pente d'une sécante ; quand les deux points se rapprochent, cette pente se rapproche à son tour d'un nombre : le nombre dérivé.

Les mots à connaître

- **taux de variation** — Pour une fonction f et deux réels a et $a + h$, le quotient $(f(a + h) - f(a)) / h$: la pente de la sécante joignant les points d'abscisses a et $a + h$.
- **nombre dérivé** — Le nombre dont le taux de variation de f en a se rapproche quand h se rapproche de 0 , noté $f'(a)$ (« f prime de a »).
- **sécante** — La droite qui joint deux points distincts d'une courbe.
- **tangente** — La droite « limite » des sécantes en un point, quand le second point se rapproche du premier.

Ce que je sais déjà

· Le taux de variation de f entre a et $a + h$ se calcule par $(f(a + h) - f(a)) / h$: c'est la pente de la sécante.

· Quand h se rapproche de 0 , ce taux de variation se rapproche du nombre dérivé $f'(a)$, la pente de la tangente en a .

· Le nombre dérivé s'interprète selon le contexte : pente d'une tangente en géométrie, vitesse instantanée en cinématique, coût marginal en économie.

La méthode

- 1 Pour calculer un taux de variation entre a et b , je calcule $(f(b) - f(a)) / (b - a)$ — jamais dans le sens inverse.
- 2 Pour approcher un nombre dérivé numériquement, je calcule le taux de variation pour des valeurs de h de plus en plus petites, et j'observe vers quel nombre il se rapproche.
- 3 Pour lire un nombre dérivé sur un graphique, je repère la tangente au point considéré, et j'en lis la pente comme pour une droite.
- 4 Pour interpréter un nombre dérivé en contexte, je reformule sa valeur avec l'unité adaptée : une vitesse, un coût par unité, etc.

Le taux de variation est la pente d'une sécante ; le nombre dérivé $f'(a)$ est la pente de la tangente, limite de ces sécantes.

Un exemple entièrement calculé

Pour $f(x) = x^2$, calculons le taux de variation entre 3 et 3,01.

$$f(3,01) = 9,0601 \text{ et } f(3) = 9.$$

$$(9,0601 - 9) / 0,01 = 6,01.$$

Ce taux se rapproche de 6 quand h se rapproche de 0 : le nombre dérivé $f'(3)$ vaut 6.

Attention au piège

Inverser le numérateur et le dénominateur du taux de variation : la pente d'une sécante est toujours (différence des ordonnées) / (différence des abscisses), jamais l'inverse.

Taux de variation et nombre dérivé — entoure la bonne réponse

Rappel : Le taux de variation est la pente d'une sécante ; le nombre dérivé $f'(a)$ est la pente de la tangente, limite de ces sécantes.

☐ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Calcule le taux de variation de $f(x) = x^2$ entre 2 et 2,5.

2,25

4.5

4,5

-4,5

1. On définit $f(x) = 1/x$. Calcule la pente de la sécante à sa courbe entre les points d'abscisses 2 et 5.

-1/10

-3/10

1/10

3

2. Pour $f(x) = x^2$ en 3, le taux de variation vaut 6,1 pour $h = 0,1$ et 6,01 pour $h = 0,01$. Vers quel nombre ce taux de variation semble-t-il se rapprocher quand h se rapproche de 0 ?

6

6,1

9

3

3. La position d'un mobile à l'instant t (en secondes) est donnée par une fonction s . On sait que $s'(2) = 4$ (en mètres par seconde). Comment interpréter ce nombre dérivé ?

La position du mobile à l'instant $t = 2$ s vaut 4 m

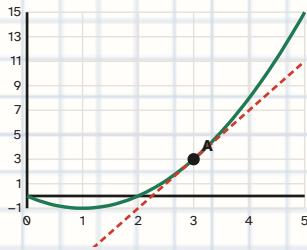
La vitesse moyenne du mobile entre $t = 0$ et $t = 2$ s vaut 4 m/s

Le mobile s'arrête à l'instant $t = 2$ s

La vitesse instantanée du mobile à l'instant $t = 2$ s vaut 4 m/s

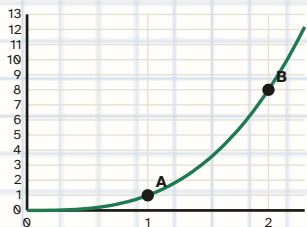
ÉTAPE 8 - EXERCICE 1 (SUITE)

4. La figure ci-dessous représente la courbe de f et sa tangente au point A. Quel est le nombre dérivé de f en l'abscisse de A ?



- | | |
|----------|-------------|
| 4 | -4 |
| 3 | 0,25 |

5. En lisant la courbe de f ci-dessous (fonction cube), quelle est la pente de la sécante (AB) ?



- | | |
|--------------|------------|
| -7 | 7 |
| 1/7.0 | 7.0 |

6. Le coût de production (en €) de x objets vérifie $C'(x) = 2x + 3$. Comment interpréter $C'(10) = 23$?

- | | |
|---|---|
| Produire 10 objets coûte 23 € | Le coût de production ne dépend pas du nombre d'objets |
| Produire un objet de plus, au-delà de 10, coûte environ 23 € | Le coût moyen d'un objet, parmi 10, est de 23 € |

7. Une sécante passe par A(1 ; 2) et B(4 ; 11). Quelle est sa pente ?

- | | |
|-------------|------------|
| 1/3 | 3.0 |
| 2,75 | -3 |

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Calcule le taux de variation de $f(x) = x^2$ entre 2 et 2,5.

1. Le taux de variation entre 2 et 2,5 est $(f(2,5) - f(2)) / (2,5 - 2)$.

2. $f(2,5) = 6,25$ et $f(2) = 4$

3. $(6,25 - 4) / 0,5 = 2,25 / 0,5 = 4,5$

Le taux de variation de f entre 2 et 2,5 est 4,5.

1. On définit $f(x) = 1/x$. Calcule la pente de la sécante à sa courbe entre les points d'abscisses 2 et 5.

Résultat :

2. Pour $f(x) = x^2$ en 3, le taux de variation vaut 6,1 pour $h = 0,1$ et 6,01 pour $h = 0,01$. Vers quel nombre ce taux de variation semble-t-il se rapprocher quand h se rapproche de 0 ?

Résultat :

3. La position d'un mobile à l'instant t (en secondes) est donnée par une fonction s . On sait que $s'(2) = 4$ (en mètres par seconde). Comment interpréter ce nombre dérivé ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 7 • Automatismes : évolutions et calcul

Rappel : Coefficient multiplicateur pour une évolution ; produit des coefficients pour des évolutions successives ; produit nul = un facteur nul.



Scanne le code : la série « Automatismes : évolutions et calcul » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Automatismes : évolutions et calcul » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=automatismes-evolutions-calcul-1re

Mes erreurs sur les 9 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 8 • Taux de variation et nombre dérivé

Rappel : Le taux de variation est la pente d'une sécante ; le nombre dérivé $f'(a)$ est la pente de la tangente, limite de ces sécantes.



Scanne le code : la série « Taux de variation et nombre dérivé » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Taux de variation et nombre dérivé » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=taux-de-variation-nombre-derive-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

L'équation de la tangente

Un point et une pente suffisent à écrire l'équation d'une droite : la tangente ne fait pas exception.

Les mots à connaître

- **approximation linéaire** — Remplacer $f(a + h)$, pour h proche de 0, par la valeur $f(a) + f'(a)h$ lue sur la tangente plutôt que sur la courbe.

Ce que je sais déjà

- La tangente à la courbe de f au point d'abscisse a a pour équation $y = f(a) + f'(a)(x - a)$.
- Le coefficient directeur de cette droite est le nombre dérivé $f'(a)$; elle passe par le point $(a ; f(a))$.
- Près du point de tangence, la courbe et la tangente sont presque confondues : c'est ce qui permet d'approcher $f(a + h)$ par $f(a) + f'(a)h$.

La méthode

- 1 Je repère l'abscisse a du point de tangence, et je calcule ou je lis $f(a)$ et $f'(a)$.
- 2 J'écris l'équation sous la forme $y = f'(a)(x - a) + f(a)$, en remplaçant a , $f(a)$ et $f'(a)$ par leurs valeurs.
- 3 Je développe et je réduis pour obtenir l'équation réduite $y = mx + p$.
- 4 Pour une valeur approchée de $f(a + h)$, je remplace x par $a + h$ dans l'équation de la tangente, ce qui revient à calculer $f(a) + f'(a)h$.

La tangente au point d'abscisse a a pour équation $y = f(a) + f'(a)(x - a)$; elle donne l'approximation $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$.

Un exemple entièrement calculé

Pour f telle que $f(3) = 9$ et $f'(3) = 6$, l'équation de la tangente en 3 est $y = 6(x - 3) + 9$.

Je développe : $y = 6x - 18 + 9 = 6x - 9$.

Une valeur approchée de $f(3,1)$ est alors $9 + 6 \times 0,1 = 9,6$.

Attention au piège

Confondre la tangente et la sécante : leurs pentes sont deux nombres différents (le nombre dérivé pour l'une, un taux de variation pour l'autre) — connaître l'équation de la sécante (AB) ne donne jamais celle de la tangente en A.

L'équation de la tangente — entoure la bonne réponse

Rappel : La tangente au point d'abscisse a a pour équation $y = f(a) + f'(a)(x - a)$; elle donne l'approximation $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$.

☐ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

On sait que $f(3) = 9$ et $f'(3) = 6$. Quelle est l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3 ?

$y = 6(x + 3) + 9$

$y = 6x - 9$

$y = 6x + 9$

$y = 9x - 9$

1. La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 4x - 5$. Quels sont $f'(2)$ et $f(2)$?

$f'(2) = 4$ et $f(2) = 3$

$f'(2) = 4$ et $f(2) = 4$

$f'(2) = 3$ et $f(2) = 4$

$f'(2) = -4$ et $f(2) = 3$

2. On admet que $f(4) = 2$ et $f'(4) = 0,25$ pour $f(x) = \sqrt{x}$. Donne une valeur approchée de $f(4,2)$ en utilisant l'approximation linéaire.

2,05

2,2

0,05

2

3. Une grandeur f vérifie $f(10) = 50$ et $f'(10) = 3$. Donne une valeur approchée de $f(12)$.

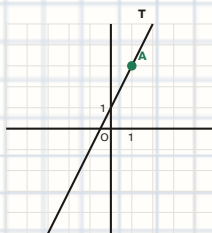
56

50

6

52

4. La droite T ci-dessous est la tangente à la courbe de f au point A . Quelle est l'équation de T ?



$y = 1x + 2$

$y = 2x + 1$

$y = 1x + 3$

$y = 2x - 1$

5. Laquelle de ces formules donne l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a ?

$y = f'(a) + f(a)(x - a)$

$y = f(a) \times f'(a)(x - a)$

$y = f(a) + f'(a)(x + a)$

$y = f(a) + f'(a)(x - a)$

ÉTAPE 9 · EXERCICE 1 (SUITE)

6. On sait que $f(5) = 24$ et $f'(5) = 10$. Détermine l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 5.

$$y = 24x - 26$$

$$y = 10x + 26$$

$$y = 10x - 26$$

$$y = 10x + 24$$

7. La sécante (AB) à la courbe de f a pour équation $y = 5x - 2$, où A est le point d'abscisse 2. On sait par ailleurs que $f'(2) = 3$. Quelle est l'équation de la TANGENTE à la courbe de f en A ?

$$y = 3x + 2$$

$$y = 5x - 2$$

$$y = 3x - 2$$

$$y = 5x + 2$$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

On sait que $f(3) = 9$ et $f'(3) = 6$. Quelle est l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3 ?

$$1. y = f'(3)(x - 3) + f(3)$$

$$2. y = 6(x - 3) + 9$$

$$3. y = 6x - 18 + 9 = 6x - 9$$

L'équation de la tangente est $y = 6x - 9$.

1. La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 4x - 5$. Quels sont $f'(2)$ et $f(2)$?

Résultat :

2. On admet que $f(4) = 2$ et $f'(4) = 0,25$ pour $f(x) = \sqrt{x}$. Donne une valeur approchée de $f(4,2)$ en utilisant l'approximation linéaire.

Résultat :

3. Une grandeur f vérifie $f(10) = 50$ et $f'(10) = 3$. Donne une valeur approchée de $f(12)$.

Résultat :

Les dérivées des fonctions de référence

Quatre fonctions, quatre dérivées à connaître par cœur : le reste du chapitre s'appuie dessus.

Les mots à connaître

- **fonction dérivable** — Une fonction qui admet un nombre dérivé en chacun des points d'un intervalle.
- **fonction dérivée** — La fonction qui, à chaque réel a d'un intervalle, associe le nombre dérivé $f'(a)$ — notée f' .

Ce que je sais déjà

- La fonction dérivée de la fonction carré $x \mapsto x^2$ est $x \mapsto 2x$; celle de la fonction cube $x \mapsto x^3$ est $x \mapsto 3x^2$.
- La fonction dérivée de la fonction inverse $x \mapsto 1/x$ est $x \mapsto -1/x^2$; celle de la fonction racine carrée $x \mapsto \sqrt{x}$ est $x \mapsto 1/(2\sqrt{x})$.
- Pour n dans $\mathbb{Z}$, la fonction dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto n \times x^{n-1}$.
- La fonction valeur absolue n'est pas dérivable en 0 .

La méthode

- 1 Je repère à quelle fonction de référence appartient f (carré, cube, inverse, racine carrée, ou $x \mapsto x^n$).
- 2 J'applique la formule de dérivée correspondante, sans jamais changer l'exposant sans changer aussi le coefficient.
- 3 Je calcule la valeur de la dérivée au point demandé, en remplaçant x par sa valeur.
- 4 Pour la valeur absolue en 0 , je garde en tête qu'elle n'y est pas dérivable, même si elle y est parfaitement définie.

$$(x^2)' = 2x ; (x^3)' = 3x^2 ; (1/x)' = -1/x^2 ; (\sqrt{x})' = 1/(2\sqrt{x}) ; (x^n)' = n \times x^{n-1}.$$

Un exemple entièrement calculé

Calculons la dérivée de $f(x) = x^3$ en -2 .

$$f'(x) = 3x^2.$$

$$f'(-2) = 3 \times (-2)^2 = 3 \times 4 = 12.$$

Attention au piège

Confondre le signe de f et celui de f' : par exemple, pour $f(x) = x^2$, f est toujours positive ou nulle, mais $f'(x) = 2x$ est négative pour x négatif — ce sont deux fonctions différentes, avec des signes différents.

Dérivées des fonctions de référence — entoure la bonne réponse

Rappel : $(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$; $(1/x)' = -1/x^2$; $(\sqrt{x})' = 1/(2\sqrt{x})$; $(x^n)' = n \times x^{n-1}$.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Quelle est la dérivée de $f(x) = x^2$, et combien vaut-elle en 5 ?

$$f'(x) = x^2, f'(5) = 10$$

$$f'(x) = 2x, f'(5) = 10$$

$$f'(x) = x, f'(5) = 5$$

$$f'(x) = 2x, f'(5) = 25$$

1. Quelle est la dérivée de $f(x) = x^3$, et combien vaut-elle en -2 ?

$$f'(x) = 3x^2, f'(-2) = -12$$

$$f'(x) = x^2, f'(-2) = 4$$

$$f'(x) = 3x, f'(-2) = -6$$

$$f'(x) = 3x^2, f'(-2) = 12$$

2. Quelle est la dérivée de $f(x) = 1/x$, et combien vaut-elle en 2 ?

$$f'(x) = -1/x^2, f'(2) = -1/4$$

$$f'(x) = 1/x^2, f'(2) = 1/4$$

$$f'(x) = -1/x^2, f'(2) = -1/2$$

$$f'(x) = -1/x, f'(2) = -1/2$$

3. Quelle est la dérivée de $f(x) = \sqrt{x}$, et combien vaut-elle en 9 ?

$$f'(x) = 1/(2\sqrt{x}), f'(9) = 1/6$$

$$f'(x) = 1/\sqrt{x}, f'(9) = 1/3$$

$$f'(x) = \sqrt{x}/2, f'(9) = 1,5$$

$$f'(x) = 1/(2\sqrt{x}), f'(9) = 1/4$$

4. Pour n dans $\mathbb{Z}$, la fonction dérivée de $x \mapsto x^{-2}$ est $x \mapsto n \times x^{n-1}$. Combien vaut cette dérivée en 1 ?

$$-3$$

$$-2$$

$$2$$

$$1$$

5. La fonction valeur absolue est-elle dérivable en 0 ?

Oui, et son nombre dérivé en 0 vaut 0

Non, car $|x|$ n'est pas définie en 0

Oui, car $|x|$ est bien définie et continue en 0

Non, car le taux de variation vaut -1 à gauche de 0 et 1 à droite : il n'a pas de limite unique

ÉTAPE 10 • EXERCICE 1 (SUITE)

6. Pour $f(x) = x^2$, quel est le signe de $f'(-3)$?

Nul, car f est une fonction paire

Négatif, car $f'(x) = 2x$ et -3 est négatif

Positif, car $f(-3) = 9$ est positif

Positif, car un carré est toujours positif

7. Quelle est la dérivée de $f(x) = x^5$, et combien vaut-elle en 2 ?

$f'(x) = 4x^5$, $f'(2) = 128$

$f'(x) = x^4$, $f'(2) = 16$

$f'(x) = 5x^5$, $f'(2) = 160$

$f'(x) = 5x^4$, $f'(2) = 80$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Quelle est la dérivée de $f(x) = x^2$, et combien vaut-elle en 5 ?

1. La fonction dérivée de la fonction carré $x \mapsto x^2$ est $f'(x) = 2x$.

2. $f'(5) = 2 \times 5 = 10$

$f'(x) = 2x$, donc $f'(5) = 10$.

1. Quelle est la dérivée de $f(x) = x^3$, et combien vaut-elle en -2 ?

Résultat :

2. Quelle est la dérivée de $f(x) = 1/x$, et combien vaut-elle en 2 ?

Résultat :

3. Quelle est la dérivée de $f(x) = \sqrt{x}$, et combien vaut-elle en 9 ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 9 • L'équation de la tangente

Rappel : La tangente au point d'abscisse a a pour équation $y = f(a) + f'(a)(x - a)$; elle donne l'approximation $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$.



Scanne le code : la série « L'équation de la tangente » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « L'équation de la tangente » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=tangente-equation-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 10 • Dérivées des fonctions de référence

Rappel : $(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$; $(1/x)' = -1/x^2$; $(\sqrt{x})' = 1/(2\sqrt{x})$; $(x^n)' = n \times x^{n-1}$.



Scanne le code : la série « Dérivées des fonctions de référence » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Dérivées des fonctions de référence » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=derivees-fonctions-reference-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Dérivées et opérations

Somme, produit, inverse, quotient : quatre règles pour dériver une fonction construite à partir d'autres.

Les mots à connaître

- **terme croisé** — Dans la démonstration de la dérivée d'un produit, un terme ajouté puis retranché pour faire apparaître séparément le taux de variation de chaque facteur.

Ce que je sais déjà

- Pour u et v dérivables : $(u + v)' = u' + v'$.
- Pour un produit : $(uv)' = u'v + uv'$ — jamais $u'v'$.
- Pour un inverse (v ne s'annulant pas) : $(1/v)' = -v'/v^2$.
- Pour un quotient (v ne s'annulant pas) : $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$.

La méthode

- 1 Je repère l'opération principale de f : une somme, un produit, un inverse ou un quotient.
- 2 Je nomme u et v (et parfois une constante), et je calcule u' et v' .
- 3 J'applique la formule correspondant à l'opération repérée, sans jamais dériver chaque facteur séparément puis les multiplier.
- 4 Je réduis l'expression obtenue, puis je calcule sa valeur au point demandé si besoin.

$$(u + v)' = u' + v' ; (uv)' = u'v + uv' ; (1/v)' = -v'/v^2 ; (u/v)' = (u'v - uv')/v^2.$$

Un exemple entièrement calculé

Dérivons $f(x) = (x + 1)(x - 2)$, avec $u(x) = x + 1$ et $v(x) = x - 2$.

$u'(x) = 1$ et $v'(x) = 1$.

$f'(x) = 1 \times (x - 2) + (x + 1) \times 1 = 2x - 1$.

Attention au piège

Croire que $(uv)' = u'v'$: la dérivée d'un produit n'est jamais le produit des dérivées, c'est l'erreur la plus fréquente sur ce point du programme.

Dérivées et opérations — entoure la bonne réponse

Rappel : $(u + v)' = u' + v'$; $(uv)' = u'v + uv'$; $(1/v)' = -v'/v^2$; $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Quelle est la dérivée de $f(x) = x^2 + 3x$, et combien vaut-elle en 4 ?

$$f'(x) = 2x, f'(4) = 8$$

$$f'(x) = x + 3, f'(4) = 7$$

$$f'(x) = 2x + 3x, f'(4) = 20$$

$$f'(x) = 2x + 3, f'(4) = 11$$

1. On définit $f(x) = (x + 1)(x - 2)$. En posant $u(x) = x + 1$ et $v(x) = x - 2$, quelle est $f'(x)$, et combien vaut-elle en 3 ?

$$f'(x) = x^2 - x - 2, \\ f'(3) = 4$$

$$f'(x) = 2x - 1, f'(3) = 5$$

$$f'(x) = 2x + 1, f'(3) = 7$$

$$f'(x) = 1, f'(3) = 1$$

2. Quelle est la dérivée de $f(x) = 1/(x + 3)$, et combien vaut-elle en 1 ?

$$f'(x) = -1/(x + 3)^2, \\ f'(1) = -1/4$$

$$f'(x) = -1/(x + 3), \\ f'(1) = -1/4$$

$$f'(x) = -1/(x + 3)^2, \\ f'(1) = -1/16$$

$$f'(x) = 1/(x + 3)^2, \\ f'(1) = 1/16$$

3. On définit $f(x) = (2x + 1)/(x - 1)$. Quelle est $f'(x)$, et combien vaut-elle en 3 ?

$$f'(x) = -1/(x - 1)^2, \\ f'(3) = -1/4$$

$$f'(x) = -3/(x - 1)^2, \\ f'(3) = -3/4$$

$$f'(x) = 2/(x - 1), f'(3) = 2/2$$

$$f'(x) = 3/(x - 1)^2, \\ f'(3) = 3/4$$

4. On définit $f(x) = 3x(x^2 - 1)$. Quelle est $f'(x)$, et combien vaut-elle en 2 ?

$$f'(x) = 9x^2 - 3, f'(2) = 33$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3, f'(2) = 9$$

$$f'(x) = 9x^2 + 3, f'(2) = 39$$

$$f'(x) = 6x, f'(2) = 12$$

5. Pour $f(x) = (x + 2)(x - 3)$, avec $u(x) = x + 2$ et $v(x) = x - 3$, laquelle de ces égalités est CORRECTE ?

$$f'(x) = u'(x) + v'(x)$$

$$f'(x) = u'(x)v'(x)$$

$$f'(x) = u(x) + v(x)$$

$$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$$

ÉTAPE 11 • EXERCICE 1 (SUITE)

6. Quelle est la dérivée de $f(x) = 5/(x - 2)$, et combien vaut-elle en 4 ?

$$f'(x) = -5/(x - 2)^2, \\ f'(4) = -5/4$$

$$f'(x) = 5/(x - 2)^2, \\ f'(4) = 5/4$$

$$f'(x) = 0, f'(4) = 0$$

$$f'(x) = -5/(x - 2), \\ f'(4) = -5/2$$

7. Quelle est la dérivée de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5$, et combien vaut-elle en 2 ?

$$f'(x) = 3x^2 - 8x, f'(2) \\ = -4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x, f'(2) \\ = 4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 8x + 5, \\ f'(2) = 1$$

$$f'(x) = x^2 - 8x, f'(2) \\ = -12$$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Quelle est la dérivée de $f(x) = x^2 + 3x$, et combien vaut-elle en 4 ?1. La dérivée d'une somme est la somme des dérivées : $(u + v)' = u' + v'$.2. $f'(x) = (x^2)' + (3x)' = 2x + 3$ 3. $f'(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$ **$f'(x) = 2x + 3$, donc $f'(4) = 11$.****1. On définit $f(x) = (x + 1)(x - 2)$. En posant $u(x) = x + 1$ et $v(x) = x - 2$, quelle est $f'(x)$, et combien vaut-elle en 3 ?**

Résultat :

2. Quelle est la dérivée de $f(x) = 1/(x + 3)$, et combien vaut-elle en 1 ?

Résultat :

3. On définit $f(x) = (2x + 1)/(x - 1)$. Quelle est $f'(x)$, et combien vaut-elle en 3 ?

Résultat :

Variations et signe de la dérivée

Le signe de f' raconte toute l'histoire des variations de f , sans avoir besoin de tracer sa courbe.

Les mots à connaître

- **extremum** — Le maximum ou le minimum d'une fonction sur un intervalle.
- **problème d'optimisation** — Un problème où l'on cherche la valeur d'une variable qui rend une quantité (aire, coût, durée...) maximale ou minimale.

Ce que je sais déjà

- Si $f'(x) \geq 0$ sur un intervalle, f est croissante sur cet intervalle ; si $f'(x) \leq 0$, f est décroissante.
- Un extremum de f est atteint là où f' s'annule en changeant de signe : la tangente y est alors horizontale.
- Pour une fonction polynôme du second degré, le signe du coefficient de x^2 donne l'allure de la parabole : positif, elle est tournée vers le haut (minimum) ; négatif, vers le bas (maximum).

La méthode

- 1 Je calcule la fonction dérivée f' , puis j'étudie son signe (souvent à l'aide d'un tableau de signes).
- 2 Je traduis le signe de f' en variations de f : positive, f croît ; négative, f décroît.
- 3 Je repère les valeurs où f' s'annule en changeant de signe : ce sont les extremums de f .
- 4 Pour un problème d'optimisation, j'exprime la quantité à optimiser en fonction d'une seule variable, je dérive, j'étudie le signe, puis je conclus sur le maximum ou le minimum cherché.

f' positive : f croissante. f' négative : f décroissante. f' nulle avec changement de signe : extremum de f .

Un exemple entièrement calculé

Étudions $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

$f'(x) = 2x - 4$, qui s'annule en $x = 2$: négative avant, positive après.

f est donc décroissante puis croissante, avec un minimum en $x = 2$, qui vaut $f(2) = -3$.

Attention au piège

Confondre le sommet d'une flèche de variations avec une extrémité de l'intervalle d'étude : un extremum se situe toujours au creux ou au sommet d'un changement de sens, jamais mécaniquement au bord de l'intervalle.

Variations et signe de la dérivée — entoure la bonne réponse

Rappel : f' positive : f croissante. f' négative : f décroissante. f' nulle avec changement de signe : extremum de f .

☐ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

D'après ce tableau, quel est le sens de variation de $f(x) = x^2 - 4x + 1$, et quel est son minimum ?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f'	-	-	0	+	+
Variations	de $-\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	6

Décroissante puis croissante, minimum 6 en $x = -1$

Décroissante puis croissante, minimum -3 en $x = 2$

Croissante puis décroissante, maximum -3 en $x = 2$

Croissante sur $\mathbb{R}$, pas de minimum

1. D'après ce tableau, quel est le sens de variation de $f(x) = -x^2 + 6x - 5$, et quel est son maximum ?

x	$-\infty$		3		$+\infty$
f'	+	+	0	-	-
Variations	de $-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5

Décroissante sur $\mathbb{R}$

Décroissante puis croissante, minimum 4 en $x = 3$

Croissante puis décroissante, maximum -5 en $x = 0$

Croissante puis décroissante, maximum 4 en $x = 3$

ÉTAPE 12 • EXERCICE 1 (SUITE)

2. D'après ce tableau de variations, quel est le minimum de f sur $[-2 ; 4]$, et en quelle valeur de x est-il atteint ?

x	-2	1	4
Variations de f	5 ↘	-3 ↗	2

5, atteint en $x = -2$

1, atteint en $x = -3$

-3, atteint en $x = 1$

2, atteint en $x = 4$

3. D'après ce tableau de signes de f' , sur quel ensemble f est-elle croissante ?

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
f'	+	0	-	+

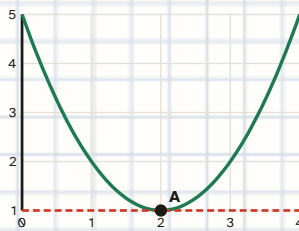
$]-\infty ; 1[$

$]-\infty ; 1] \cup [4 ; +\infty[$

$[1 ; 4[$

$]4 ; +\infty[$

4. La figure ci-dessous montre la courbe de f et sa tangente au point A, où f admet un minimum. Que peut-on dire de cette tangente ?



Elle a une pente négative

Elle est verticale, car f admet un minimum en A

Elle est horizontale, car le nombre dérivé de f en l'abscisse de A vaut 0

Elle coupe la courbe en un autre point

ÉTAPE 12 · EXERCICE 1 (SUITE)

5. Un rectangle a un périmètre de 20 m. En notant x la longueur d'un côté, sa largeur vaut $10 - x$ et son aire $A(x) = x(10 - x)$. Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ?

10

20

2,5

5

6. Pour $f(x) = 2x^2 - 3$, quel est le sens de variation de f , sachant que $f'(x) = 4x$?

Décroissante sur $\mathbb{R}$
tout entier

Croissante sur $\mathbb{R}^-$,
décroissante sur $\mathbb{R}^+$,
maximum en $x = 0$

Croissante sur $\mathbb{R}$
tout entier

Décroissante sur $\mathbb{R}^-$,
croissante sur $\mathbb{R}^+$,
minimum en $x = 0$

7. D'après ce tableau, où se situe le MAXIMUM de f sur $[0 ; 6]$?

x	0	2	6
Variations de f	↗	5	↘
		0	

En $x = 0$, où f vaut
-1

En $x = 2$, où f vaut 5

En $x = 5$, où f vaut 2

En $x = 6$, où f vaut 0

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

D'après ce tableau, quel est le sens de variation de $f(x) = x^2 - 4x + 1$, et quel est son minimum ?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f'	-	-	0	+	+
Variations de f		$\searrow$	-3	$\nearrow$	

1. $f'(x) = 2x - 4$
2. $f'(x)$ s'annule et change de signe en $x = 2$ (négative avant, positive après).
3. Le signe de f' donne les variations de f : décroissante là où f' est négative, croissante là où elle est positive.
4. $f(2) = -3$

f est décroissante puis croissante ; son minimum est -3, atteint en $x = 2$.

1. Un rectangle a un périmètre de 20 m. En notant x la longueur d'un côté, sa largeur vaut $10 - x$ et son aire $A(x) = x(10 - x)$. Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ?

Résultat :

2. Pour $f(x) = 2x^2 - 3$, quel est le sens de variation de f , sachant que $f'(x) = 4x$?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 11 • Dérivées et opérations

Rappel : $(u + v)' = u' + v'$; $(uv)' = u'v + uv'$; $(1/v)' = -v'/v^2$; $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$.



Scanne le code : la série « Dérivées et opérations » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Dérivées et opérations » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=derivees-operations-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 12 • Variations et signe de la dérivée

Rappel : f' positive : f croissante. f' négative : f décroissante. f' nulle avec changement de signe : extremum de f .



Scanne le code : la série « Variations et signe de la dérivée » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Variations et signe de la dérivée » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=variations-et-derivee-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

La fonction exponentielle

Une fonction égale à sa propre dérivée : voilà ce qui rend l'exponentielle unique, et si utile pour modéliser une évolution.

Les mots à connaître

- **fonction exponentielle** — L'unique fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$, notée $\exp(x)$ ou e^x .
- **nombre e** — La valeur de la fonction exponentielle en 1, soit $e^1 = e$, un nombre proche de 2,718.

Ce que je sais déjà

- La fonction exponentielle vérifie $f' = f$ et $f(0) = 1$; son existence et son unicité sont admises.
- Pour tous réels x et y : $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$ et $\exp(x) \exp(-x) = 1$.
- La fonction exponentielle est strictement positive et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ tout entier.

La méthode

- 1 Pour transformer un produit d'exponentielles, j'additionne leurs exposants : $e^x \times e^y = e^{x+y}$.
- 2 Pour dériver $t \mapsto e^{at}$, je multiplie par le coefficient a : la dérivée est $t \mapsto a \times e^{at}$.
- 3 Pour comparer deux valeurs de l'exponentielle sans calculatrice, je compare directement leurs exposants, car la fonction est strictement croissante.
- 4 Pour modéliser une évolution, je choisis le signe du coefficient dans l'exposant : positif pour une croissance, négatif pour une décroissance.

$\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$; $(e^a)' = a \times e^a$; e^x toujours strictement positif, strictement croissant.

Un exemple entièrement calculé

Simplifions $e^x \times e^{3x}$.

J'additionne les exposants : $x + 3x = 4x$.

$$e^x \times e^{3x} = e^{4x}.$$

Attention au piège

Élever une exponentielle au carré en élevant l'exposant au carré : $(e^{2x})^2 = e^{4x}$ (les exposants s'additionnent, $2x + 2x$), jamais e^{2x^2} .

La fonction exponentielle — entoure la bonne réponse

Rappel : $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$; $(e^{at})' = a \times e^{at}$; e^x toujours strictement positif, strictement croissant.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Quelle est l'unique fonction f , dérivable sur $\mathbb{R}$, telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$?

La fonction carré

La fonction
constante égale à 1

La fonction
exponentielle

La fonction $x \mapsto x + 1$

1. Simplifie $e^3 \times e^5$.

$e^3 + e^5$

e^{15}

e^8

8

2. Simplifie $e^x \times e^{3x}$ (où e^{3x} désigne e^{3x}).

e^{4x}

e^{x^2}

e^{3x}

4

3. Simplifie $e^{5x} \times e^{-5x}$ (où ces écritures désignent e^{5x} et e^{-5x}).

0

1

e^{10x}

e^{-10x}

4. Pour a réel, la dérivée de la fonction $t \mapsto e^{at}$ (où at désigne at en exposant) est $t \mapsto a \times e^{at}$. Avec $a = 2$, combien vaut cette dérivée en $t = 0$?

0

1

2

4

5. Quel est le signe de e^x , pour tout réel x ?

Toujours strictement
négatif

Positif seulement
pour x positif

Nul en $x = 0$

Toujours strictement
positif

ÉTAPE 13 · EXERCICE 1 (SUITE)

6. Deux modèles sont proposés pour une désintégration radioactive : $f(t) = \exp(0,2t)$ et $g(t) = \exp(-0,3t)$ (t en années). Lequel modélise une DÉCROISSANCE ?

g, car son exposant est négatif

Les deux, car ce sont des exponentielles

f, car son exposant est positif

Aucun des deux

7. Sans calculer leur valeur, quel est le plus grand entre e^2 et e^5 ?

On ne peut pas savoir

e^5

e^2

Ils sont égaux

8. Simplifie $(e^{2x})^2$ (où e^{2x} désigne e^{2x}).

e^{2x^2}

e^{4x^2}

e^{4x}

$2e^{2x}$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Quelle est l'unique fonction f , dérivable sur $\mathbb{R}$, telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$?

1. La fonction exponentielle est définie par le programme comme l'unique fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ égale à sa propre dérivée, qui vaut 1 en 0.
2. L'existence et l'unicité d'une telle fonction sont admises.

Cette fonction est, par définition, la fonction exponentielle, notée $\exp(x)$ ou e^x .

1. Simplifie $e^3 \times e^5$.

Résultat :

2. Simplifie $e^x \times e^{3x}$ (où e^{3x} désigne e^{3x}).

Résultat :

3. Simplifie $e^{5x} \times e^{-5x}$ (où ces écritures désignent e^{5x} et e^{-5x}).

Résultat :

Trigonométrie et cercle trigonométrique

Un cercle de rayon 1, un point qui tourne : le cosinus se lit en abscisse, le sinus en ordonnée.

Les mots à connaître

- **radian** — Une unité de mesure d'angle : un tour complet mesure 2π radians, un demi-tour mesure π radians.
- **cercle trigonométrique** — Le cercle de centre O et de rayon 1, sur lequel on enroule la droite numérique pour associer un point à chaque réel.
- **angles associés** — Des angles liés par symétrie sur le cercle trigonométrique (opposés, supplémentaires...), dont les cosinus et sinus se déduisent les uns des autres.

Ce que je sais déjà

· Un tour complet du cercle trigonométrique mesure 2π radians ; un demi-tour, π radians ; un quart de tour, $\pi/2$ radians.

· Pour un point associé à l'angle x , le cosinus se lit en abscisse, le sinus en ordonnée.

· Valeurs remarquables : $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, $\cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2$, $\cos(\pi/3) = 1/2$; $\sin(\pi/6) = 1/2$, $\sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$, $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$.

· Le cosinus est une fonction paire ($\cos(-x) = \cos(x)$) ; le sinus est une fonction impaire ($\sin(-x) = -\sin(x)$).

La méthode

- 1 Je convertis l'angle en radians si besoin, en utilisant qu'un demi-tour vaut π radians.
- 2 Je place le point correspondant sur le cercle trigonométrique, en tournant dans le sens direct depuis le point I.
- 3 Je lis le cosinus en abscisse et le sinus en ordonnée, ou je les retrouve grâce aux valeurs remarquables.
- 4 Pour un angle associé (opposé, supplémentaire...), j'utilise la symétrie du cercle plutôt que de tout recalculer.

**Sur le cercle trigonométrique, le cosinus se lit en abscisse, le sinus en ordonnée ;
 $\cos(-x) = \cos(x)$ et $\sin(-x) = -\sin(x)$.**

Un exemple entièrement calculé

Sachant que $\cos(\pi/3) = 1/2$, cherchons $\cos(2\pi/3)$.

$2\pi/3 = \pi - \pi/3$: les points associés à $\pi/3$ et à $2\pi/3$ sont symétriques par rapport à l'axe vertical.

$\cos(2\pi/3) = -\cos(\pi/3) = -1/2$.

Attention au piège

Confondre $\cos(\pi/3)$ et $\sin(\pi/3)$: le premier vaut $1/2$, le second $\sqrt{3}/2$ — sur $[0 ; \pi/2]$, le cosinus diminue quand l'angle augmente, alors que le sinus augmente.

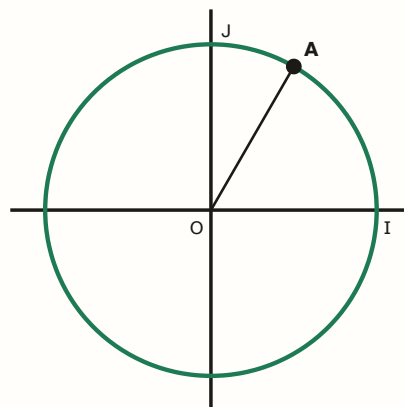
Trigonométrie et cercle trigonométrique — entoure la bonne réponse

Rappel : Sur le cercle trigonométrique, le cosinus se lit en abscisse, le sinus en ordonnée ; $\cos(-x) = \cos(x)$ et $\sin(-x) = -\sin(x)$.

☐ Entoure la bonne réponse.

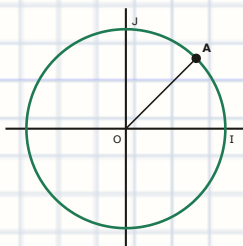
REGARDE

Le point A est placé sur le cercle trigonométrique ci-dessous, à l'angle de 60° .
Quelle est la valeur de $\cos(60^\circ)$?



1. Quelle est la valeur de $\sin(30^\circ)$?

2. D'après la figure, quelles sont les valeurs de $\cos(45^\circ)$ et $\sin(45^\circ)$?



ÉTAPE 14 · EXERCICE 1 (SUITE)

3. Quelles sont les valeurs de $\cos(90^\circ)$ et $\sin(90^\circ)$?

$$\cos(90^\circ) = \sin(90^\circ) = 0$$

$$\cos(90^\circ) = \sin(90^\circ) = 1$$

$$\cos(90^\circ) = 1 \text{ et } \sin(90^\circ) = 0$$

$$\cos(90^\circ) = 0 \text{ et } \sin(90^\circ) = 1$$

4. À combien de radians correspond un angle de 60° ?

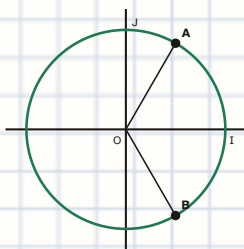
$$\pi$$

$$\pi/2$$

$$\pi/6$$

$$\pi/3$$

5. Sachant que $\cos(\pi/3) = 1/2$, quelle est la valeur de $\cos(-\pi/3)$?



$$0$$

$$1/2$$

$$-1/2$$

$$0,87$$

6. Sachant que $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, quelle est la valeur de $\sin(-\pi/3)$?

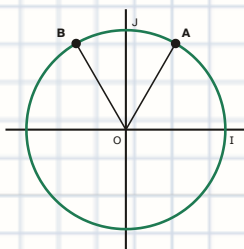
$$\sqrt{3}/2$$

$$-\sqrt{3}/2$$

$$0$$

$$1/2$$

7. Sachant que $\cos(\pi/3) = 1/2$, quelle est la valeur de $\cos(2\pi/3)$, sachant que $2\pi/3 = \pi - \pi/3$?



$$-1/2$$

$$1/2$$

$$-\sqrt{3}/2$$

$$\sqrt{3}/2$$

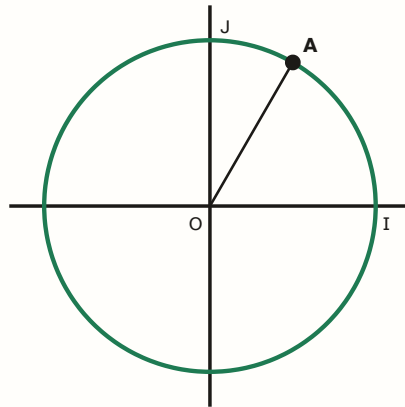
Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Le point A est placé sur le cercle trigonométrique ci-dessous, à l'angle de 60° .
Quelle est la valeur de $\cos(60^\circ)$?



1. 60° est une valeur remarquable : son cosinus fait partie des valeurs à connaître.
2. $\cos(60^\circ) = 1/2$

$\cos(60^\circ) = 1/2$, une valeur remarquable.

1. Quelle est la valeur de $\sin(30^\circ)$?

Résultat :

2. Quelles sont les valeurs de $\cos(90^\circ)$ et $\sin(90^\circ)$?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 13 • La fonction exponentielle

Rappel : $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$; $(e^{at})' = a \times e^{at}$; e^x toujours strictement positif, strictement croissant.



Scanne le code : la série « La fonction exponentielle » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « La fonction exponentielle » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=fonction-exponentielle-1re

Mes erreurs sur les 8 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 14 • Trigonométrie et cercle trigonométrique

Rappel : Sur le cercle trigonométrique, le cosinus se lit en abscisse, le sinus en ordonnée ; $\cos(-x) = \cos(x)$ et $\sin(-x) = -\sin(x)$.



Scanne le code : la série « Trigonométrie et cercle trigonométrique » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Trigonométrie et cercle trigonométrique » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=trigonometrie-cercle-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Produit scalaire : définitions et calcul

Un seul nombre pour résumer deux vecteurs : leur longueur, et l'angle qui les sépare — le produit scalaire ouvre une nouvelle façon de démontrer en géométrie.

Les mots à connaître

- **produit scalaire** — Un nombre réel associé à deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$, qui mesure à la fois leurs longueurs et l'angle qui les sépare.
- **vecteurs orthogonaux** — Deux vecteurs dont l'angle géométrique mesure 90° . Leur produit scalaire vaut alors 0, car $\cos(90^\circ) = 0$.
- **projeté orthogonal** — Le point H d'une droite tel que la perpendiculaire à cette droite passant par un point donné M passe aussi par H.

Ce que je sais déjà

· Le produit scalaire se calcule par $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\theta)$, où θ est l'angle géométrique entre les deux vecteurs.

· Le produit scalaire est SYMÉTRIQUE ($\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$) et BILINÉAIRE : il se distribue sur une somme de vecteurs, et un coefficient multiplicatif en sort.

· Un produit scalaire peut aussi se calculer à partir d'une projection orthogonale, ou à partir des coordonnées des deux vecteurs (une autre fiche).

La méthode

- 1 Je repère les données disponibles : deux normes et un angle, une configuration à projeter, ou des coordonnées.
- 2 S'il y a un angle connu, j'applique directement $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\theta)$, en faisant attention au signe du cosinus si l'angle est obtus.
- 3 Sinon, je cherche le projeté orthogonal H d'un point sur la droite portant l'autre vecteur, et je calcule le produit scalaire à partir de la longueur signée obtenue.
- 4 Pour une somme ou un multiple de vecteurs, j'utilise la bilinéarité pour développer le calcul, terme par terme.

Trois méthodes pour calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$: par les normes et l'angle, par projection orthogonale, ou par bilinéarité à partir de produits scalaires déjà connus.

Produit scalaire : définitions et calcul — l'exemple

Un exemple entièrement calculé

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 3$, avec un angle de 60° entre eux.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times 3 \times \cos(60^\circ).$$

$$4 \times 3 \times 0,5 = 6.$$

Attention au piège

Oublier le facteur $\cos(\theta)$ et multiplier directement les deux normes : $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$ n'est le produit scalaire que si l'angle mesure 0° — dans tous les autres cas, le cosinus change la valeur, et parfois même le signe.

Produit scalaire : définitions et calcul — entoure la bonne réponse

Rappel : Trois méthodes pour calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$: par les normes et l'angle, par projection orthogonale, ou par bilinéarité à partir de produits scalaires déjà connus.

☒ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 6$, $\|\vec{v}\| = 4$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 60° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

0

24

12

-12

1. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 8$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 120° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

20

-20

40

-40

2. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 9$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 90° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

-63

16

0

63

3. On sait que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$. Que vaut $\vec{v} \cdot \vec{u}$?

9

0

-9

On ne peut pas
savoir sans les
coordonnées de $\vec{u}$
et $\vec{v}$

4. On sait que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$ et $\vec{u} \cdot \vec{w} = -4$. Que vaut $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$?

2

-24

-2

10

5. On sait que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5$. Que vaut $(3\vec{u}) \cdot (2\vec{v})$?

15

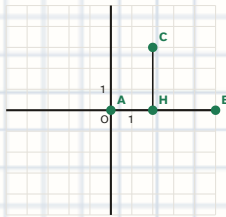
5

30

10

ÉTAPE 15 • EXERCICE 1 (SUITE)

6. $A(0 ; 0)$, $B(5 ; 0)$ et $C(2 ; 3)$. H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) . Que vaut $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, calculé par projection orthogonale ?



10

25

-10

2

7. On connaît $\|\vec{u}\| = 4$ et $\|\vec{v}\| = 6$, mais pas l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Peut-on calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

Oui, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, par défaut

Oui, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 10$ (la somme des deux normes)

Oui, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 24$ (le produit des deux normes)

Non, il manque une donnée (l'angle, une projection, ou des coordonnées)

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 6$, $\|\vec{v}\| = 4$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 60° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

1. Par définition, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\theta)$, où θ est l'angle géométrique entre les deux vecteurs.

2. $6 \times 4 \times \cos(60^\circ) = 24 \times 0,5 = 12$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 12.$$

1. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 8$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 120° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

Résultat :

2. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 9$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 90° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

Résultat :

3. On sait que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$. Que vaut $\vec{v} \cdot \vec{u}$?

Résultat :

Produit scalaire en coordonnées

En base orthonormée, un seul calcul sur les coordonnées suffit : $xx' + yy'$, et le produit scalaire livre aussitôt orthogonalité, norme et distance.

Les mots à connaître

- **base orthonormée** — Un repère dont les deux vecteurs de base sont perpendiculaires et de longueur 1 : les formules du produit scalaire en coordonnées n'y sont valables que dans ce cadre.
- **critère d'orthogonalité** — Deux vecteurs sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire vaut 0.

Ce que je sais déjà

- En base orthonormée, $\vec{u}(x ; y) \cdot \vec{v}(x' ; y') = xx' + yy'$.
- La norme se calcule par $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$, car $\|\vec{u}\|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u}$.
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $xx' + yy' = 0$.
- La distance AB est la norme du vecteur $\vec{AB}$: je calcule d'abord ses coordonnées, puis sa norme.

La méthode

- 1 Je repère les coordonnées $(x ; y)$ et $(x' ; y')$ des deux vecteurs, ou je les calcule à partir des points donnés.
- 2 Pour un produit scalaire, je calcule $xx' + yy'$.
- 3 Pour une norme ou une distance, je calcule $x^2 + y^2$, puis j'en prends la racine carrée (je la laisse sous la racine si ce n'est pas un carré parfait).
- 4 Pour tester une orthogonalité, je vérifie si $xx' + yy' = 0$.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' ; \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2} ; \text{orthogonaux si et seulement si } xx' + yy' = 0.$$

Un exemple entièrement calculé

Soit $\vec{u}(3 ; 4)$ et $\vec{v}(-1 ; 2)$.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times (-1) + 4 \times 2.$$

$$-3 + 8 = 5.$$

Attention au piège

Confondre la formule du produit scalaire ($xx' + yy'$) avec celle du déterminant ($xy' - x'y$, vue en seconde) : les deux se calculent à partir des mêmes coordonnées, mais elles ne répondent pas à la même question — orthogonalité pour l'une, colinéarité pour l'autre.

Produit scalaire en coordonnées — entoure la bonne réponse

Rappel : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$; $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$; orthogonaux si et seulement si $xx' + yy' = 0$.

 Entoure la bonne réponse.

REGARDE

$\vec{u}$ a pour coordonnées (3 ; 5) et $\vec{v}$ a pour coordonnées (2 ; -4). Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

-22

22

14

-14

1. $\vec{u}$ a pour coordonnées (6 ; 8). Que vaut $\|\vec{u}\|$?

14

48

100

10

2. $\vec{u}$ a pour coordonnées (2 ; 5). Que vaut $\|\vec{u}\|$?

$\sqrt{7}$

$\sqrt{29}$

10

29

3. $\vec{u}$ a pour coordonnées (4 ; 3) et $\vec{v}$ a pour coordonnées (6 ; y). Pour quelle valeur de y $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils orthogonaux ?

8

-24

4,5

-8

4. A(1 ; 2) et B(5 ; 5). Quelle est la distance AB ?

7

1

5

25

5. A(0 ; 0) et B(2 ; 3). Quelle est la distance AB ?

13

5

$\sqrt{7}$

$\sqrt{13}$

6. Dans une base orthonormée ($\vec{i}$; $\vec{j}$), un vecteur $\vec{u}$ vérifie $\vec{u} \cdot \vec{i} = 5$ et $\vec{u} \cdot \vec{j} = -2$. Quelles sont les coordonnées de $\vec{u}$?

(-5 ; 2)

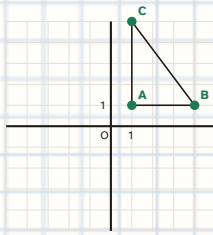
(5 ; -2)

(5 ; 2)

(-2 ; 5)

ÉTAPE 16 · EXERCICE 1 (SUITE)

7. A(1 ; 1), B(4 ; 1) et C(1 ; 5). Le triangle ABC est-il rectangle en A ?



Non, car $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 12$

Oui, car $AB = AC$

Non, car les coordonnées sont différentes

Oui, car $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

 $\vec{u}$ a pour coordonnées (3 ; 5) et $\vec{v}$ a pour coordonnées (2 ; -4). Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?1. En base orthonormée, $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$, où (x ; y) et (x' ; y') sont les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.2. $3 \times 2 + 5 \times (-4) = 6 - 20 = -14$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = -14.$$

1. $\vec{u}$ a pour coordonnées (6 ; 8). Que vaut $\|\vec{u}\|$?

Résultat :

2. $\vec{u}$ a pour coordonnées (2 ; 5). Que vaut $\|\vec{u}\|$?

Résultat :

3. $\vec{u}$ a pour coordonnées (4 ; 3) et $\vec{v}$ a pour coordonnées (6 ; y). Pour quelle valeur de y $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils orthogonaux ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 15 • Produit scalaire : définitions et calcul

Rappel : Trois méthodes pour calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$: par les normes et l'angle, par projection orthogonale, ou par bilinéarité à partir de produits scalaires déjà connus.



Scanne le code : la série « Produit scalaire : définitions et calcul » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Produit scalaire : définitions et calcul » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=produit-scalaire-definitions-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 16 • Produit scalaire en coordonnées

Rappel : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$; $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$; orthogonaux si et seulement si $xx' + yy' = 0$.



Scanne le code : la série « Produit scalaire en coordonnées » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Produit scalaire en coordonnées » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=produit-scalaire-coordonnees-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Al-Kashi, angles et longueurs

Le théorème de Pythagore ne connaît que les triangles rectangles : la formule d'Al-Kashi, elle, calcule une longueur ou un angle dans un triangle QUELCONQUE.

Les mots à connaître

- **formule d'Al-Kashi** — Dans un triangle ABC, la relation $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$, qui généralise le théorème de Pythagore à un triangle quelconque.
- **polarisation** — Le fait de retrouver un produit scalaire à partir de trois normes déjà connues, par la formule $\vec{u} \cdot \vec{v} = (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2) / 2$.

Ce que je sais déjà

· Formule d'Al-Kashi : dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$, où l'angle en A est l'angle du triangle au sommet A.

· Le cosinus d'un angle obtus est NÉGATIF : $\cos(120^\circ) = -0,5$, alors que $\cos(60^\circ) = 0,5$.

· Par bilinéarité, $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2 \times (\vec{u} \cdot \vec{v}) + \|\vec{v}\|^2$, et le signe du terme central s'inverse pour $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2$.

La méthode

- 1 Pour une longueur, j'identifie les deux côtés connus et l'angle compris entre eux, et j'applique la formule d'Al-Kashi.
- 2 Pour un angle, je réarrange la formule : $\cos(A) = (AC^2 + AB^2 - BC^2) / (2 \times AC \times AB)$, à partir des trois longueurs.
- 3 Pour un carré de norme d'une somme ou d'une différence de vecteurs, je développe par bilinéarité, en surveillant le signe du terme central.
- 4 Pour retrouver un produit scalaire à partir de normes, j'utilise la formule de polarisation.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A) ; \|\vec{u} \pm \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \pm 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) + \|\vec{v}\|^2.$$

Un exemple entièrement calculé

Prenons un triangle ABC avec $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et un angle en A de 90° .

$$BC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \times 6 \times 8 \times \cos(90^\circ).$$

$$36 + 64 - 0 = 100.$$

$$BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}.$$

On retrouve exactement le théorème de Pythagore : c'est cohérent, puisque $\cos(90^\circ) = 0$ annule le terme correctif.

Attention au piège

Oublier que le cosinus d'un angle obtus est négatif : le terme $-2 \times AB \times AC \times \cos(A)$ devient alors positif, et une erreur de signe ici change complètement le résultat.

Al-Kashi, angles et longueurs — entoure la bonne réponse

Rappel : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$; $\|\vec{u} \pm \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \pm 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) + \|\vec{v}\|^2$.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Dans un triangle ABC, $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm, et l'angle en A mesure 60° . Quelle est la longueur BC ?

13 cm

7 cm

3 cm

$\sqrt{89}$ cm

1. Dans un triangle ABC, $AB = 5$ cm, $AC = 3$ cm, et l'angle en A mesure 120° . Quelle est la longueur BC ?

7 cm

2 cm

$\sqrt{19}$ cm

$\sqrt{34}$ cm

2. Dans un triangle ABC, $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm et $BC = 7$ cm. Que vaut l'angle en A ?

120°

90°

60°

45°

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$, et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Que vaut $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$?

34

42

38

26

4. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$, et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Que vaut $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2$?

-24

42

26

30

5. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\|^2 = 9$, $\|\vec{v}\|^2 = 25$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = 42$. Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

4

8

17

-4

6. Léa plante deux piquets B et C reliés par une ficelle à un piquet A. $AB = 3$ m, $AC = 8$ m, et l'angle en A mesure 60° . Quelle distance sépare les piquets B et C ?

7 m

$\sqrt{73}$ m

11 m

5 m

ÉTAPE 17 • EXERCICE 1 (SUITE)

7. Dans un triangle ABC quelconque (dont on ne sait pas s'il est rectangle), quelle formule permet de calculer BC connaissant AB, AC et l'angle en A ?

**Le théorème de
Pythagore :** $BC^2 = AB^2 + AC^2$

**La formule d'Al-
Kashi :** $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$

La loi des sinus :
 $BC/\sin(A) = AB/\sin(C)$

$BC = AB + AC$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Dans un triangle ABC, $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm, et l'angle en A mesure 60° . Quelle est la longueur BC ?

1. D'après la formule d'Al-Kashi, $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$, où l'angle en A est l'angle du triangle au sommet A.
2. $5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times 0,5 = 25 + 64 - 40 = 49$
3. donc $BC = \sqrt{49} = 7$.

BC mesure 7 cm.

1. Dans un triangle ABC, $AB = 5$ cm, $AC = 3$ cm, et l'angle en A mesure 120° . Quelle est la longueur BC ?

Résultat :

2. Dans un triangle ABC, $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm et $BC = 7$ cm. Que vaut l'angle en A ?

Résultat :

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$, et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Que vaut $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$?

Résultat :

Vecteur normal à une droite

Un vecteur perpendiculaire à une droite suffit pour en écrire l'équation, la comparer à une autre, ou projeter n'importe quel point dessus.

Les mots à connaître

- **vecteur normal** — Un vecteur perpendiculaire à la direction d'une droite. Pour la droite d'équation $ax + by + c = 0$, le vecteur $\vec{n}(a ; b)$ est normal à cette droite.
- **vecteur directeur** — Un vecteur qui dirige une droite (parallèle à elle). Il est toujours orthogonal au vecteur normal de la même droite.

Ce que je sais déjà

· Pour la droite d'équation $ax + by + c = 0$, le vecteur $\vec{n}(a ; b)$ lui est normal.

· $M(x ; y)$ appartient à la droite passant par A et de vecteur normal $\vec{n}(a ; b)$ si et seulement si $\vec{AM}$ est orthogonal à $\vec{n}$, soit $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$.

· Le projeté orthogonal H d'un point M sur une droite d de vecteur normal $\vec{n}$ vérifie $\vec{MH}$ colinéaire à $\vec{n}$: $H = M + t \times \vec{n}$, pour un réel t que je détermine en écrivant que H appartient à d .

La méthode

- 1 Pour lire un vecteur normal, j'identifie a et b dans l'équation $ax + by + c = 0$: $\vec{n}(a ; b)$ est normal à la droite.
- 2 Pour écrire une équation à partir d'un point A et d'un vecteur normal $\vec{n}(a ; b)$, j'écris $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$, puis je développe et je réduis.
- 3 Pour un projeté orthogonal H de M sur d , je pose $H = M + t \times \vec{n}$, et je remplace dans l'équation de d pour trouver t .
- 4 Pour comparer deux droites, je compare leurs vecteurs normaux : colinéaires, les droites sont parallèles ; orthogonaux (produit scalaire nul), les droites sont perpendiculaires.

Le vecteur $\vec{n}(a ; b)$ est normal à la droite $ax + by + c = 0$; son équation à partir d'un point A est $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$.

Un exemple entièrement calculé

Cherchons une équation de la droite passant par $A(1 ; 2)$ et de vecteur normal $\vec{n}(3 ; -1)$.

$$3(x - 1) - 1(y - 2) = 0.$$

$$3x - 3 - y + 2 = 0.$$

$$\text{donc } 3x - y - 1 = 0.$$

Attention au piège

Confondre le vecteur normal avec un vecteur directeur : pour une droite $ax + by + c = 0$, le vecteur normal est $(a ; b)$, tandis qu'un vecteur directeur est $(-b ; a)$ — les deux sont perpendiculaires entre eux, jamais colinéaires.

Vecteur normal à une droite — entoure la bonne réponse

Rappel : Le vecteur $\vec{n}(a ; b)$ est normal à la droite $ax + by + c = 0$; son équation à partir d'un point A est $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Quel vecteur est normal à la droite d'équation $3x - 2y + 5 = 0$?

(3 ; -2)

(-2 ; -3)

(-3 ; 2)

(2 ; 3)

1. Quelle est une équation cartésienne de la droite passant par A(1 ; -3) et de vecteur normal $\vec{n}(2 ; 5)$?

$5x + 2y + 13 = 0$

$2x + 5y - 13 = 0$

$2x - 5y + 13 = 0$

$2x + 5y + 13 = 0$

2. Parmi les vecteurs suivants, lequel est normal à la droite d'équation $x + 4y - 7 = 0$?

(4 ; 1)

(4 ; -1)

(-4 ; 1)

(1 ; 4)

3. Une droite admet $\vec{n}(3 ; 7)$ comme vecteur normal. Lequel des vecteurs suivants est un vecteur directeur de cette droite ?

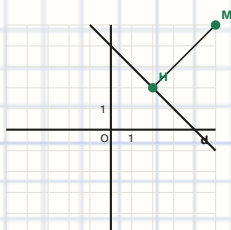
(-3 ; 7)

(7 ; 3)

(-7 ; 3)

(3 ; 7)

4. d a pour équation $x + y - 4 = 0$. M a pour coordonnées (5 ; 5). Quelles sont les coordonnées du projeté orthogonal H de M sur d ?



(0 ; 4)

(5 ; 5)

(4 ; 0)

(2 ; 2)

5. d a pour équation $2x - y - 1 = 0$. M a pour coordonnées (7 ; 3). Quelles sont les coordonnées du projeté orthogonal H de M sur d ?

(1 ; 1)

(-1 ; -3)

(7 ; 3)

(3 ; 5)

ÉTAPE 18 · EXERCICE 1 (SUITE)

6. d_1 a pour équation $2x + 3y - 1 = 0$ et d_2 a pour équation $4x + 6y + 5 = 0$. Que peux-tu dire de d_1 et d_2 ?

Sécantes, car les équations sont différentes

Perpendiculaires, car leurs vecteurs normaux sont colinéaires

On ne peut pas savoir sans les vecteurs directeurs

Parallèles, car leurs vecteurs normaux $(2 ; 3)$ et $(4 ; 6)$ sont colinéaires

7. d_1 a pour vecteur normal $\vec{n}_1(2 ; 5)$ et d_2 a pour vecteur normal $\vec{n}_2(5 ; -2)$. Que peux-tu dire de d_1 et d_2 ?

Perpendiculaires, car $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ et $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont colinéaires

Parallèles, car $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$

Sécantes non perpendiculaires, car $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 10$

Perpendiculaires, car $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Quel vecteur est normal à la droite d'équation $3x - 2y + 5 = 0$?

1. Pour une droite d'équation $ax + by + c = 0$, le vecteur $\vec{n}(a ; b)$ est normal à la droite (perpendiculaire à sa direction) — c'est le contenu du programme.
2. Ici $a = 3$ et $b = -2$, donc $\vec{n}(3 ; -2)$ est normal à la droite.

 $\vec{n}(3 ; -2)$ est un vecteur normal à la droite.

1. Quelle est une équation cartésienne de la droite passant par $A(1 ; -3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2 ; 5)$?

Résultat :

2. Parmi les vecteurs suivants, lequel est normal à la droite d'équation $x + 4y - 7 = 0$?

Résultat :

3. Une droite admet $\vec{n}(3 ; 7)$ comme vecteur normal. Lequel des vecteurs suivants est un vecteur directeur de cette droite ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 17 · Al-Kashi, angles et longueurs

Rappel : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$; $\|\vec{u} \pm \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \pm 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) + \|\vec{v}\|^2$.



Scanne le code : la série « Al-Kashi, angles et longueurs » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Al-Kashi, angles et longueurs » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=produit-scalaire-angles-longueurs-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or · 0 erreur



argent · 1



bronze · 2

Étape 18 · Vecteur normal à une droite

Rappel : Le vecteur $\vec{n}(a ; b)$ est normal à la droite $ax + by + c = 0$; son équation à partir d'un point A est $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$.



Scanne le code : la série « Vecteur normal à une droite » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Vecteur normal à une droite » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=vecteur-normal-droite-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or · 0 erreur



argent · 1



bronze · 2

Équations de cercles

Un cercle entier tient dans une seule égalité : la distance de chaque point de son centre reste toujours la même, égale au rayon.

Les mots à connaître

- **équation d'un cercle** — Pour un cercle de centre $\Omega(a ; b)$ et de rayon r , l'égalité $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, vérifiée par les coordonnées $(x ; y)$ de chacun de ses points, et par eux seuls.
- **forme canonique** — L'écriture $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, qui donne directement le centre et le rayon. Une équation développée (avec des termes en x^2 et en x séparés) doit d'abord y être ramenée en complétant le carré.

Ce que je sais déjà

- Le cercle de centre $\Omega(a ; b)$ et de rayon r a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.
- Un point $M(x_M ; y_M)$ appartient au cercle si et seulement si $(x_M - a)^2 + (y_M - b)^2 = r^2$.
- Une somme de deux carrés ne peut jamais être négative : si l'équation ramenée donne un r^2 négatif, ce n'est pas un cercle.

La méthode

- 1 Pour écrire une équation à partir du centre et du rayon, je remplace directement a , b et r^2 dans $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.
- 2 Pour lire un centre et un rayon depuis la forme canonique, je prends l'OPPOSÉ de chaque constante soustraite à x et à y , et la racine carrée du membre de droite.
- 3 Pour une équation développée, je regroupe les termes en x , puis les termes en y , et je complète chaque carré séparément avant de réduire.
- 4 Pour tester l'appartenance d'un point, je remplace ses coordonnées dans l'équation et je compare le résultat à r^2 .

Le cercle de centre $\Omega(a ; b)$ et de rayon r a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

Un exemple entièrement calculé

Le cercle de centre $\Omega(1 ; -2)$ et de rayon 3 a pour équation $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

Testons le point $M(4 ; -2)$: $(4 - 1)^2 + (-2 + 2)^2 = 3^2 + 0^2 = 9$.

M appartient bien au cercle, car $9 = r^2$.

Attention au piège

Oublier d'élever le rayon au carré, ou se tromper de signe en lisant le centre : un centre $(1 ; -2)$ s'écrit $(x - 1)^2 + (y - (-2))^2$, soit $(x - 1)^2 + (y + 2)^2$ — les deux signes s'inversent par rapport aux coordonnées du centre.

Équations de cercles — entoure la bonne réponse

Rappel : Le cercle de centre $\Omega(a ; b)$ et de rayon r a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

 Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Quelle est l'équation du cercle de centre $\Omega(2 ; -3)$ et de rayon 5 ?

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

$$(x - 2)^2 - (y + 3)^2 = 25$$

1. Quels sont le centre et le rayon du cercle d'équation $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 49$?

Centre $(-1 ; 4)$, rayon
7

Centre $(1 ; 4)$, rayon
7

Centre $(1 ; -4)$, rayon
7

Centre $(-1 ; 4)$, rayon
49

2. Quels sont le centre et le rayon du cercle d'équation $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$?

Centre $(3 ; -2)$, rayon
16

Centre $(-3 ; 2)$, rayon
4

Centre $(6 ; -4)$,
rayon 4

Centre $(3 ; -2)$, rayon
4

3. L'équation $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$ définit-elle un cercle ?

Oui, un cercle de
rayon -1

Oui, un cercle de
centre $(1 ; -1)$ et de
rayon 1

Oui, un cercle de
centre $(-1 ; 1)$ et de
rayon 1

Non, car r^2 serait
négatif

4. Le cercle a pour équation $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$. Le point $M(5 ; 5)$ appartient-il à ce cercle ?

Oui, car $(5 - 2)^2 + (5 - 1)^2 = 25$

Non, car $9 + 16 = 25$
 $\neq 0$

Non, car ses
coordonnées sont
positives

Oui, car M est à
l'intérieur du cercle

ÉTAPE 19 · EXERCICE 1 (SUITE)

5. Le cercle a pour équation $x^2 + y^2 = 25$. Le point $N(3 ; 3)$ est-il à l'intérieur, sur, ou à l'extérieur du cercle ?

Sur le cercle, car 18
est proche de 25

À l'extérieur, car $18 < 25$

À l'intérieur, car $3^2 + 3^2 = 18 < 25$

Sur le cercle, car $3^2 + 3^2 = 18 < 25$

6. Quelle est l'équation du cercle de diamètre $[AB]$, avec $A(1 ; 3)$ et $B(7 ; 3)$?

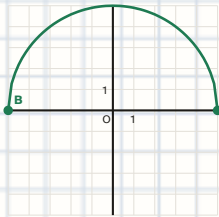
$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$

$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 3$

$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 36$

$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$

7. Quels sont les points d'intersection du cercle d'équation $x^2 + y^2 = 25$ avec l'axe des abscisses ?



$(0 ; 5)$ et $(0 ; -5)$

$(25 ; 0)$ et $(-25 ; 0)$

$(5 ; 0)$ uniquement

$(5 ; 0)$ et $(-5 ; 0)$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Quelle est l'équation du cercle de centre $\Omega(2 ; -3)$ et de rayon 5 ?

1. Le cercle de centre $\Omega(a ; b)$ et de rayon r a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.
2. Ici $a = 2$, $b = -3$ et $r = 5$.
3. $r^2 = 5^2 = 25$

Le cercle a pour équation $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

1. Quels sont le centre et le rayon du cercle d'équation $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 49$?

Résultat :

2. Quels sont le centre et le rayon du cercle d'équation $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$?

Résultat :

3. L'équation $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$ définit-elle un cercle ?

Résultat :

Automatismes : fonctions et représentations

Lire un graphique vite et juste : où la courbe croise-t-elle une valeur, où change-t-elle de signe, quelle droite est tracée — des réflexes à automatiser avant le jour du bac.

Les mots à connaître

- **coefficient directeur** — Le nombre qui mesure de combien l'ordonnée d'une droite varie quand son abscisse avance de 1. Noté a dans l'équation réduite $y = ax + b$.
- **équation réduite** — L'écriture $y = ax + b$ d'une droite non verticale, où a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine (l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées).

Ce que je sais déjà

- Résoudre $f(x) = k$ revient à chercher les abscisses des points de la courbe d'ordonnée k .
- Le signe de $f(x)$ se lit directement sur le tableau de signes, ou sur la position de la courbe par rapport à l'axe des abscisses (au-dessus : positif ; en dessous : négatif).
- Une droite d'équation $y = ax + b$ admet le vecteur directeur $\vec{u}(1 ; a)$: avancer de 1 en abscisse fait varier l'ordonnée de a .
- Le coefficient directeur d'une droite passant par deux points A et B se calcule par $a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A)$.

La méthode

- 1 Pour résoudre graphiquement $f(x) = k$, je repère la droite horizontale d'ordonnée k , et je lis les abscisses des points où elle croise la courbe.
- 2 Pour un signe ou un tableau de variations, je lis directement le tableau donné, ou j'observe si la courbe est au-dessus ou en dessous de l'axe des abscisses.
- 3 Pour tracer une droite depuis un point et un coefficient directeur a , j'avance de 1 en abscisse et de a en ordonnée depuis ce point, pour obtenir un second point.
- 4 Pour lire une équation réduite, je repère l'ordonnée à l'origine (où la droite coupe l'axe des ordonnées), puis le coefficient directeur entre deux points lus sur le graphique.
- 5 Pour un coefficient directeur à partir de deux points, j'applique $a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A)$, sans jamais inverser l'ordre des deux points au numérateur et au dénominateur.

$$y = ax + b ; a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A) ; \text{vecteur directeur } \vec{u}(1 ; a).$$

Automatismes : fonctions et représentations – l'exemple

Un exemple entièrement calculé

Soit A(1 ; 4) et B(5 ; 12).

$$a = (12 - 4)/(5 - 1) = 8/4 = 2.$$

L'équation réduite s'écrit $y = 2x + b$; comme A appartient à la droite, $4 = 2 \times 1 + b$, donc $b = 2$.

La droite (AB) a pour équation réduite $y = 2x + 2$.

Attention au piège

Inverser l'ordre des points au numérateur et au dénominateur : $a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A)$ exige de soustraire dans le MÊME ordre en haut et en bas, sous peine d'obtenir l'opposé du bon coefficient.

Automatismes : fonctions et représentations – entoure la bonne réponse

Rappel : $y = ax + b$; $a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A)$; vecteur directeur $\vec{u}(1 ; a)$.

☒ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

La droite représentant f a pour équation $y = 3x - 2$. Quelle est la solution de l'équation $f(x) = 7$?

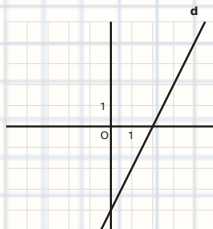
5

-3

3

9

1. La droite d ci-dessous représente une fonction f . Quel est l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$?



$] -\infty ; 4[$

$] -\infty ; 2[$

$] 2 ; +\infty[$

2

2. D'après le tableau de signes ci-dessous, quel est le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]3 ; +\infty[$?

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)	+	0	-

Nul

On ne peut pas savoir

Positif

Négatif

ÉTAPE 20 · EXERCICE 1 (SUITE)

3. D'après le tableau de variations ci-dessous, quel est le maximum de f sur $\mathbb{R}$, et en quelle valeur est-il atteint ?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Variations de f	$\nearrow$	4	$\searrow$
			$-\infty$

Le minimum est 4,
atteint en $x = 2$

Le maximum est 2,
atteint en $x = 4$

Le maximum est 4,
atteint en $x = 2$

f n'admet pas de
maximum

4. Pour tracer la droite d'équation $y = 3x - 2$ à partir du point $A(0 ; -2)$, quel vecteur directeur utiliser ?

(1 ; -3)

(1 ; 3)

(-2 ; 3)

(3 ; 1)

5. On veut tracer la droite passant par $A(1 ; 2)$ avec un coefficient directeur de -2 . Quel second point obtient-on en avançant d'une unité en abscisse depuis A ?

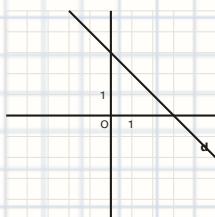
(2 ; 0)

(0 ; 0)

(2 ; -2)

(2 ; 4)

6. Quelle est l'équation réduite de la droite d tracée ci-dessous ?



$y = -3x + 1$

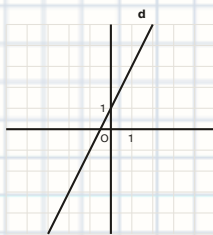
$y = -x + 3$

$y = -x - 3$

$y = x + 3$

ÉTAPE 20 · EXERCICE 1 (SUITE)

7. Quelle est l'équation réduite de la droite d tracée ci-dessous ?



$$y = x + 2$$

$$y = 0,5x + 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x - 1$$

8. A(1 ; 4) et B(5 ; 12). Quel est le coefficient directeur de la droite (AB) ?

$$8$$

$$2$$

$$4$$

$$1/2$$

9. A(-2 ; 7) et B(3 ; -3). Quel est le coefficient directeur de la droite (AB) ?

$$-2$$

$$-10$$

$$2$$

$$5$$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

La droite représentant f a pour équation $y = 3x - 2$. Quelle est la solution de l'équation $f(x) = 7$?

1. $3x - 2 = 7$
2. $3x = 9$
3. donc $x = 3$.

La solution est $x = 3$.

1. Pour tracer la droite d'équation $y = 3x - 2$ à partir du point $A(0 ; -2)$, quel vecteur directeur utiliser ?

Résultat :

2. On veut tracer la droite passant par $A(1 ; 2)$ avec un coefficient directeur de -2 . Quel second point obtient-on en avançant d'une unité en abscisse depuis A ?

Résultat :

3. $A(1 ; 4)$ et $B(5 ; 12)$. Quel est le coefficient directeur de la droite (AB) ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 19 • Équations de cercles

Rappel : Le cercle de centre $\Omega(a ; b)$ et de rayon r a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.



Scanne le code : la série « Équations de cercles » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Équations de cercles » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=equations-de-cercles-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 20 • Automatismes : fonctions et représentations

Rappel : $y = ax + b$; $a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A)$; vecteur directeur $\vec{u}(1 ; a)$.



Scanne le code : la série « Automatismes : fonctions et représentations » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Automatismes : fonctions et représentations » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=automatismes-fonctions-representations-1re

Mes erreurs sur les 9 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Probabilités conditionnelles et tableaux croisés

$P(A \cap B)$, $P_A(B)$ et $P_B(A)$ se lisent sur un même tableau, mais elles ne se divisent jamais par le même nombre.

Les mots à connaître

- **probabilité conditionnelle** — La probabilité qu'un événement B se réalise, SACHANT qu'un autre événement A est déjà réalisé, notée $P_A(B)$.
- **$P(A \cap B)$** — La probabilité que A et B se réalisent en même temps : elle se calcule toujours en divisant par l'effectif TOTAL du tableau.

Ce que je sais déjà

· La définition : $P_A(B) = P(A \cap B) \div P(A)$ — je divise par la probabilité de l'événement DÉJÀ RÉALISÉ, celui qui suit le mot « sachant ».

· Sur un tableau croisé, $P(A \cap B)$ se lit dans une case, divisée par l'effectif TOTAL du tableau ; $P_A(B)$ se calcule en divisant cette même case par le seul effectif TOTAL de la ligne (ou de la colonne) A.

· $P_A(B)$ et $P_B(A)$ ne sont presque jamais égales : elles se calculent avec un dénominateur différent.

La méthode

- 1 Je repère si la question porte sur A ET B (intersection, on divise par l'effectif total) ou sur B SACHANT A (on divise par l'effectif de A seulement).
- 2 Pour $P(A \cap B)$, je lis l'effectif de la case commune à A et B, et je le divise par l'effectif total du tableau.
- 3 Pour $P_A(B)$, je lis la même case, mais je la divise par l'effectif total de la ligne (ou de la colonne) de A.
- 4 Pour $P_B(A)$, je divise cette case par l'effectif total de B : le dénominateur change de nouveau.

$P(A \cap B)$: je divise par l'effectif total du tableau. $P_A(B)$: je divise par l'effectif total de A. $P_B(A)$: je divise par l'effectif total de B.

Un exemple entièrement calculé

Une usine croise l'origine de ses pièces (machine 1 : 60 pièces, machine 2 : 40) et leur conformité (54 pièces conformes viennent de la machine 1, sur 82 pièces conformes au total, sur 100 pièces).

$P(A \cap B) = 54/100 = 27/50$ — je divise par le total du tableau.

$P_A(B) = 54/60 = 9/10$ — je divise par le total de la machine 1 (A).

$P_B(A) = 54/82 = 27/41$ — je divise par le total des pièces conformes (B) : une valeur différente de $P_A(B)$.

Attention au piège

Diviser $P(A \cap B)$ par l'effectif d'une seule ligne ou colonne au lieu de l'effectif total du tableau : cela donnerait à tort une probabilité conditionnelle à la place d'une probabilité d'intersection.

Probabilités conditionnelles et tableaux croisés — entoure la bonne réponse

Rappel : $P(A \cap B)$: je divise par l'effectif total du tableau. $P_A(B)$: je divise par l'effectif total de A. $P_B(A)$: je divise par l'effectif total de B.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Un contrôle qualité porte sur 100 pièces, croisées selon leur machine d'origine et leur conformité (voir le tableau). On choisit une pièce au hasard. On note A l'événement « la pièce vient de la machine 1 » et B « la pièce est conforme ». Quelle est la probabilité $P(A \cap B)$?

	Conforme	Non conforme
Machine 1	54	6
Machine 2	28	12

54/82

54/60

60/100

27/50

1. Toujours avec ce tableau, sachant que la pièce vient de la machine 1 (A), quelle est la probabilité qu'elle soit conforme (B), c'est-à-dire $P_A(B)$?

27/41

60/54

54/100

9/10

2. Sachant, cette fois, que la pièce est conforme (B), quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine 1 (A), c'est-à-dire $P_B(A)$?

9/10

82/54

54/100

27/41

3. Quelle formule définit $P_A(B)$, la probabilité de B sachant A ?

 $P(A \cap B) \div P(B)$ $P(A) \times P(B)$ $P(A \cap B) \div P(A)$ $P(A) \div P(B)$

4. Pour calculer $P_A(B)$ à l'aide du tableau, par quel effectif dois-je diviser l'effectif de la case $A \cap B$, 54 ?

82

100

28

60

ÉTAPE 21 • EXERCICE 1 (SUITE)

5. On donne $P(A) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Calcule $P_A(B)$.

0,04

0,3

0,25

0,5

6. On donne $P(A) = 0,5$ et $P_A(B) = 0,6$. Calcule $P(A \cap B)$.

1,2

0,1

0,3

1,1

7. D'après les questions précédentes sur l'usine, laquelle de ces trois probabilités vaut $9/10$?

$P(A \cap B)$

$P_{A/B}(B)$

$P(A)$

$P_{B/A}(A)$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Un contrôle qualité porte sur 100 pièces, croisées selon leur machine d'origine et leur conformité (voir le tableau). On choisit une pièce au hasard. On note A l'événement « la pièce vient de la machine 1 » et B « la pièce est conforme ». Quelle est la probabilité $P(A \cap B)$?

	Conforme	Non conforme
Machine 1	54	6
Machine 2	28	12

1. L'événement $A \cap B$ est réalisé par les pièces à la fois conformes ET venant de la machine 1 : c'est la case du tableau à l'intersection de « Machine 1 » et « Conforme ».
2. Une probabilité d'intersection se calcule TOUJOURS en divisant par l'effectif TOTAL du tableau, jamais par un sous-total de ligne ou de colonne.
3. $54/100 = 27/50$

$$P(A \cap B) = 27/50.$$

1. Toujours avec ce tableau, sachant que la pièce vient de la machine 1 (A), quelle est la probabilité qu'elle soit conforme (B), c'est-à-dire $P_A(B)$?

Résultat :

2. Sachant, cette fois, que la pièce est conforme (B), quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine 1 (A), c'est-à-dire $P_B(A)$?

Résultat :

Arbres pondérés et probabilités totales

Le long d'une branche, les probabilités se multiplient ; entre deux chemins menant au même résultat, elles s'additionnent.

Les mots à connaître

- **règle du produit** — Le long d'une branche de l'arbre, on multiplie toutes les probabilités rencontrées pour obtenir la probabilité du chemin complet.
- **règle des chemins** — Quand plusieurs chemins de l'arbre mènent au même événement, on ADDITIONNE leurs probabilités.
- **partition de l'univers** — Un découpage de l'univers en événements qui ne se recouvrent pas et qui, réunis, couvrent tout l'univers (aussi appelé système complet d'événements).
- **formule des probabilités totales** — Pour une partition $\{A, B\}$ de l'univers, la probabilité d'un événement C vaut $P(A \cap C) + P(B \cap C)$: la somme de ses probabilités sur chaque branche de la partition.

Ce que je sais déjà

- Sur une branche de l'arbre, je multiplie les probabilités rencontrées (règle du produit), même si les deux épreuves ne sont pas indépendantes.
- Quand plusieurs chemins mènent au même événement, j'additionne leurs probabilités (règle des chemins) : en oublier un fausse tout le calcul.
- Si les premières branches de l'arbre forment une partition de l'univers, la probabilité totale d'un événement du second niveau est la somme de ses probabilités sur chacune de ces branches.

La méthode

- 1 Je construis ou je lis l'arbre : chaque branche porte une probabilité, chaque chemin complet correspond à une issue.
- 2 Pour la probabilité d'un chemin, je multiplie les probabilités le long de ce chemin.
- 3 Si plusieurs chemins mènent au même événement, j'additionne leurs probabilités.
- 4 Si les premières branches forment une partition, j'utilise la formule des probabilités totales : je somme les probabilités obtenues sur CHAQUE branche de la partition, sans en oublier aucune.

Le long d'une branche : je multiplie. Entre plusieurs chemins menant au même résultat, ou sur les branches d'une partition : j'additionne.

Arbres pondérés et probabilités totales — l'exemple

Un exemple entièrement calculé

Dans un lycée, $\frac{3}{5}$ des élèves sont en filière générale (G), $\frac{2}{5}$ en filière technologique (T) : {G, T} est une partition.

Parmi G, $\frac{1}{4}$ ont un job étudiant : $P(G \cap \text{Job}) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$.

Parmi T, $\frac{1}{2}$ ont un job étudiant : $P(T \cap \text{Job}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$.

Par la formule des probabilités totales : $P(\text{Job}) = \frac{3}{20} + \frac{1}{5} = \frac{7}{20}$.

Attention au piège

Ne garder qu'une seule branche de la partition pour calculer une probabilité totale : la formule des probabilités totales exige de sommer TOUTES les branches, sinon une partie de la population est oubliée.

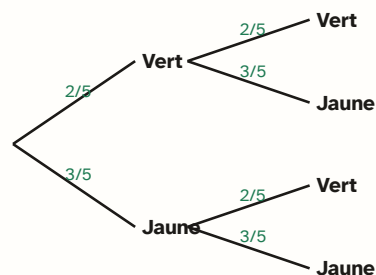
Arbres pondérés et probabilités totales — entoure la bonne réponse

Rappel : Le long d'une branche : je multiplie. Entre plusieurs chemins menant au même résultat, ou sur les branches d'une partition : j'additionne.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Une urne contient des jetons verts et jaunes : à chaque tirage avec remise, on obtient un jeton vert avec la probabilité $\frac{2}{5}$, jaune avec $\frac{3}{5}$. On effectue deux tirages successifs. Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons verts ?



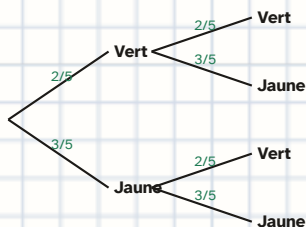
$\frac{2}{5}$

$\frac{12}{25}$

$\frac{9}{25}$

$\frac{4}{25}$ ✓

1. Avec la même urne (deux tirages avec remise), quelle est la probabilité d'obtenir un jeton vert et un jeton jaune, dans un ordre quelconque ?



$\frac{4}{25}$

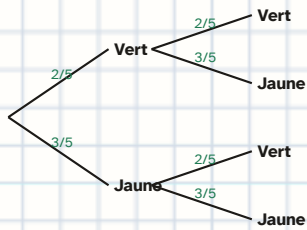
$\frac{9}{25}$

$\frac{12}{25}$

$\frac{6}{25}$

ÉTAPE 22 · EXERCICE 1 (SUITE)

2. Avec la même urne, quelle est la probabilité de n'obtenir AUCUN jeton vert en deux tirages ?



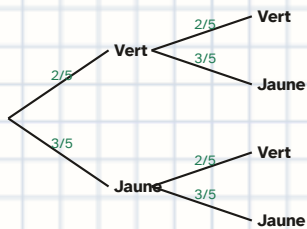
4/25

3/5

12/25

9/25

3. Sur l'arbre des deux tirages, quelle probabilité multiplie-t-on avec celle de la première branche pour obtenir le chemin « Jaune puis Vert » ?



**la probabilité de
Jaune SUR la
branche partant de
Vert**

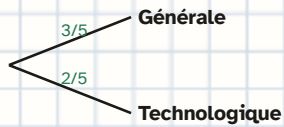
**la probabilité de
Vert SUR la branche
partant de Jaune
(2/5)**

**la probabilité de
Vert SUR la branche
partant de Vert**

**la probabilité du
premier tirage seul,
sans second facteur**

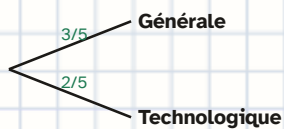
ÉTAPE 22 · EXERCICE 1 (SUITE)

4. Dans un lycée, $\frac{3}{5}$ des élèves sont en filière générale (G), les autres en filière technologique (T) — ces deux filières forment une partition des élèves. Parmi les élèves de G, $\frac{1}{4}$ ont un job étudiant. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard soit en filière G ET ait un job étudiant, $P(G \cap \text{Job})$?



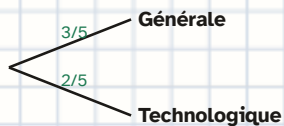
1/4	7/20
3/20	3/5

5. Parmi les élèves de la filière technologique (T), $\frac{1}{2}$ ont un job étudiant. Quelle est la probabilité $P(T \cap \text{Job})$?



1/2	3/20
1/5	2/5

6. G et T formant une partition de tous les élèves, quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard ait un job étudiant, $P(\text{Job})$, à l'aide de la formule des probabilités totales ?



7/20	3/20
2/6	1/5

7. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard n'ait PAS de job étudiant, $P(\text{non Job})$?

9/20	1/5
7/20	13/20

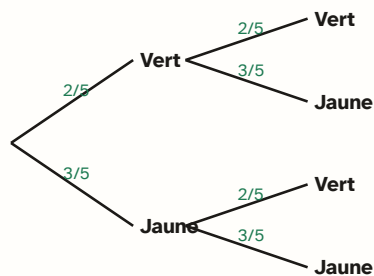
Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Une urne contient des jetons verts et jaunes : à chaque tirage avec remise, on obtient un jeton vert avec la probabilité $2/5$, jaune avec $3/5$. On effectue deux tirages successifs. Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons verts ?



1. Les deux tirages sont indépendants (tirage avec remise) : le long d'une branche de l'arbre, les probabilités se MULTIPLIENT — c'est la règle du produit.

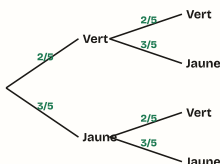
2. $2/5 \times 2/5 = 4/25$

$$P(\text{vert puis vert}) = 4/25.$$

1. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard n'ait PAS de job étudiant, $P(\text{non Job})$?

Résultat :

2.



Avec la même urne (deux tirages avec remise), quelle est la probabilité d'obtenir un jeton vert et un jeton jaune, dans un ordre quelconque ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 21 • Probabilités conditionnelles et tableaux croisés

Rappel : $P(A \cap B)$: je divise par l'effectif total du tableau. $P_A(B)$: je divise par l'effectif total de A. $P_B(A)$: je divise par l'effectif total de B.



Scanne le code : la série « Probabilités conditionnelles et tableaux croisés » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Probabilités conditionnelles et tableaux croisés » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=probabilites-conditionnelles-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 22 • Arbres pondérés et probabilités totales

Rappel : Le long d'une branche : je multiplie. Entre plusieurs chemins menant au même résultat, ou sur les branches d'une partition : j'additionne.



Scanne le code : la série « Arbres pondérés et probabilités totales » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Arbres pondérés et probabilités totales » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=arbres-ponderes-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Indépendance de deux évènements

Indépendants, incompatibles : deux mots qui se ressemblent, deux notions qui n'ont presque rien en commun.

Les mots à connaître

- **évènements indépendants** — Deux évènements A et B tels que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
- **évènements incompatibles** — Deux évènements qui ne peuvent JAMAIS se réaliser en même temps, c'est-à-dire tels que $P(A \cap B) = 0$ — une notion complètement différente de l'indépendance.
- **épreuve de Bernoulli** — Une expérience à deux issues (succès / échec), répétée de façon indépendante et identique.

Ce que je sais déjà

- Pour vérifier une indépendance, je calcule le produit $P(A) \times P(B)$ et je le compare à $P(A \cap B)$: c'est la SEULE vérification valable.
- Deux évènements incompatibles de probabilités non nulles ne sont JAMAIS indépendants : les deux notions se contredisent, sauf si l'un des deux évènements a une probabilité nulle.
- Pour n épreuves de Bernoulli indépendantes et identiques ($n \leq 4$), les probabilités se multiplient le long de chaque chemin de l'arbre.

La méthode

- 1 Pour justifier une indépendance, je calcule $P(A) \times P(B)$ et je le compare à $P(A \cap B)$: s'ils sont égaux, A et B sont indépendants.
- 2 Je ne confonds jamais indépendance (un produit de probabilités) et incompatibilité (une intersection vide) : ce sont deux définitions différentes.
- 3 Pour une répétition d'épreuves indépendantes et identiques, je représente l'arbre et je multiplie les probabilités le long du chemin qui m'intéresse.

A et B sont indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ — une condition à VÉRIFIER, jamais à supposer sans preuve.

Un exemple entièrement calculé

On donne $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,15$.
 $0,3 \times 0,5 = 0,15$.
 Ce produit est bien égal à $P(A \cap B)$: A et B sont indépendants.

Attention au piège

Croire que deux évènements incompatibles sont automatiquement indépendants : au contraire, deux évènements incompatibles de probabilités non nulles ne peuvent jamais être indépendants.

Indépendance de deux évènements — entoure la bonne réponse

Rappel : A et B sont indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ — une condition à VÉRIFIER, jamais à supposer sans preuve.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

Deux évènements A et B sont dits indépendants lorsque ...

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

1. On donne $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,15$. A et B sont-ils indépendants ?

Oui, car $P(A) + P(B) = 0,8$

On ne peut pas savoir sans connaître $P(A \cup B)$

Oui, car $P(A) \times P(B) = 0,15 = P(A \cap B)$

Non, car $P(A) \neq P(B)$

2. On donne $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,1$. A et B sont-ils indépendants ?

Oui, car 0,1 est une probabilité valide

Oui, car A et B ont chacun une probabilité non nulle

Non, car $P(A) \neq P(A \cap B)$

Non, car $P(A) \times P(B) = 0,2 \neq P(A \cap B)$

3. Deux évènements incompatibles (ils ne peuvent jamais se réaliser en même temps) sont-ils nécessairement indépendants ?

Oui, toujours, par définition

Oui, mais seulement si $P(A) = P(B)$

Cela dépend uniquement du contexte, et ne se démontre jamais

Non, sauf si l'un des deux a une probabilité nulle

4. On lance trois fois un dé équilibré. Les trois lancers sont indépendants. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 aux trois lancers ?

1/216

1/6

1/18

1/2

ÉTAPE 23 · EXERCICE 1 (SUITE)

5. On lance quatre fois une pièce équilibrée (quatre épreuves de Bernoulli indépendantes et identiques). Quelle est la probabilité d'obtenir Pile aux quatre lancers ?

1/8

1/16

1/4

1/2

6. On lance quatre fois un dé équilibré (quatre épreuves indépendantes et identiques). Quelle est la probabilité de n'obtenir AUCUN 6 ?

625/1 296

5/6

1/6

1/1 296

7. On lance deux fois de suite un dé équilibré, et on choisit de modéliser les deux résultats comme des événements indépendants. Pourquoi ce choix de modélisation est-il raisonnable ?

Parce que le second lancer n'est influencé en rien par le résultat du premier

Parce que les deux lancers utilisent le même dé

Parce qu'un 6 finit toujours par « être dû » après plusieurs autres résultats

Parce que la somme des probabilités doit toujours valoir 1

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Deux évènements A et B sont dits indépendants lorsque ...

1. L'indépendance de deux évènements se caractérise par le produit de leurs probabilités : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
2. $P(A \cap B) = 0$ caractérise deux évènements INCOMPATIBLES (ils ne peuvent jamais se réaliser ensemble), une notion complètement différente de l'indépendance.

A et B sont indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

1. On donne $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,15$. A et B sont-ils indépendants ?

Résultat :

2. On donne $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,1$. A et B sont-ils indépendants ?

Résultat :

3. Deux évènements incompatibles (ils ne peuvent jamais se réaliser en même temps) sont-ils nécessairement indépendants ?

Résultat :

Variable aléatoire et loi de probabilité

Une variable aléatoire n'est ni un évènement ni une probabilité : c'est une fonction qui transforme chaque issue du hasard en un nombre.

Les mots à connaître

- **variable aléatoire réelle** — Une fonction définie sur l'univers d'une expérience aléatoire, qui associe un nombre réel à chaque issue.
- **loi de probabilité** — Le tableau qui donne, pour chaque valeur possible de la variable aléatoire, la probabilité qu'elle soit atteinte.

Ce que je sais déjà

- X est une FONCTION : $P(X = a)$ est une probabilité (un nombre entre 0 et 1), jamais la valeur a elle-même.
- La somme des probabilités de toutes les valeurs d'une loi de probabilité vaut toujours 1.
- $P(X \leq a)$ rassemble toutes les valeurs INFÉRIEURES OU ÉGALES à a (a inclus) ; ne pas confondre avec $P(X = a)$, qui ne porte que sur la valeur a.

La méthode

- 1 Je définis clairement ce que représente la variable aléatoire X dans la situation étudiée.
- 2 Je détermine toutes les valeurs possibles de X, puis la probabilité de chacune : j'obtiens la loi de probabilité.
- 3 Je vérifie que la somme de toutes ces probabilités vaut 1.
- 4 Pour calculer $P(X \leq a)$ ou $P(X \geq a)$, j'additionne les probabilités de TOUTES les valeurs qui vérifient la condition, a inclus.

La loi de probabilité d'une variable aléatoire donne, pour chaque valeur possible, sa probabilité — et la somme de toutes ces probabilités vaut 1.

Un exemple entièrement calculé

Une urne de 10 boules porte les numéros 0, 1 ou 3 ; X est le numéro obtenu.

$P(X = 0) = 2/10 = 1/5$, $P(X = 1) = 3/10$, $P(X = 3) = 5/10 = 1/2$.

$P(X \geq 1) = 3/10 + 1/2 = 4/5$: je rassemble toutes les valeurs supérieures ou égales à 1.

Attention au piège

Écrire $P(X \geq 1)$ mais n'additionner que $P(X = 1)$, en oubliant $P(X = 3)$: la condition « supérieur ou égal à 1 » rassemble TOUTES les valeurs concernées, pas la première rencontrée.

Variable aléatoire et loi de probabilité — entoure la bonne réponse

Rappel : La loi de probabilité d'une variable aléatoire donne, pour chaque valeur possible, sa probabilité — et la somme de toutes ces probabilités vaut 1.

☐ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

On tire au hasard une boule d'une urne et on note X le numéro inscrit dessus. X est un exemple de ...

une probabilité, car elle prend une valeur entre 0 et 1

variable aléatoire réelle, car elle associe un nombre réel à chaque issue de l'expérience

un évènement, car elle décrit un résultat possible

une expérience aléatoire à elle seule

1. Dans cette urne de 10 boules, 2 portent le numéro 0, 3 le numéro 1 et 5 le numéro 3. On note X le numéro obtenu. Quelle est la valeur de $P(X = 1)$?

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 3$
Effectif	2	3	5

3/7

1/2

1/5

3/10

2. Toujours avec cette urne, quelle est la valeur de $P(X = 0)$?

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 3$
Effectif	2	3	5

2/8

1/2

3/10

1/5

ÉTAPE 24 · EXERCICE 1 (SUITE)

3. Avec la même loi de probabilité, quelle est la valeur de $P(X \geq 1)$?

1/2

3/10

4/5

1/5

4. Que signifie l'écriture $P(X = 3)$ pour une variable aléatoire X ?

la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur 3

la valeur 3 elle-même

la probabilité que X soit différent de 3

le nombre d'issues de l'expérience qui valent 3

5. Une variable aléatoire Y suit une loi de probabilité telle que $P(Y = 0) = 0,1$, $P(Y = 1) = 0,3$ et $P(Y = 3)$ inconnue. Quelle est la valeur de $P(Y = 3)$?

0,7

0,6

1

0,4

6. Comment traduire en français l'écriture $P(X \geq 1)$?

la probabilité que X soit strictement supérieur à 1

la probabilité que X soit exactement égal à 1

la probabilité que X soit supérieur ou égal à 1

la probabilité que X soit inférieur à 1

7. On lance un dé équilibré à 6 faces et on pose $Y = 1$ si le résultat est pair, $Y = 0$ sinon. Quelle est la loi de probabilité de Y ?

$P(Y = 0) = 1/6$ et $P(Y = 1) = 5/6$

$P(Y = 0) = 1/3$ et $P(Y = 1) = 2/3$

$P(Y = 0) = 1/2$ et $P(Y = 1) = 1/2$

$P(Y = 0) = 0$ et $P(Y = 1) = 1$

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

On tire au hasard une boule d'une urne et on note X le numéro inscrit dessus. X est un exemple de ...

1. Une variable aléatoire réelle est une fonction définie sur l'univers, qui associe un nombre réel à chaque issue de l'expérience aléatoire.
2. X n'est ni un événement (un sous-ensemble de l'univers), ni une probabilité (un nombre entre 0 et 1) : c'est une fonction qui, elle, PREND des valeurs numériques.

X est une variable aléatoire réelle : une fonction numérique définie sur l'univers.

1. Avec la même loi de probabilité, quelle est la valeur de $P(X \geq 1)$?

Résultat :

2. Que signifie l'écriture $P(X = 3)$ pour une variable aléatoire X ?

Résultat :

3. Une variable aléatoire Y suit une loi de probabilité telle que $P(Y = 0) = 0,1$, $P(Y = 1) = 0,3$ et $P(Y = 3)$ inconnue. Quelle est la valeur de $P(Y = 3)$?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 23 · Indépendance de deux évènements

Rappel : A et B sont indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ — une condition à VÉRIFIER, jamais à supposer sans preuve.



Scanne le code : la série « Indépendance de deux évènements » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Indépendance de deux évènements » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=independance-evenements-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or · 0 erreur



argent · 1



bronze · 2

Étape 24 · Variable aléatoire et loi de probabilité

Rappel : La loi de probabilité d'une variable aléatoire donne, pour chaque valeur possible, sa probabilité — et la somme de toutes ces probabilités vaut 1.



Scanne le code : la série « Variable aléatoire et loi de probabilité » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Variable aléatoire et loi de probabilité » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=variables-aleatoires-loi-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or · 0 erreur



argent · 1



bronze · 2

Espérance, variance et écart type

L'espérance ne prédit jamais UNE partie : elle décrit ce qui se passe, en moyenne, sur un très grand nombre de parties.

Les mots à connaître

- **espérance $E(X)$** — La moyenne des valeurs d'une variable aléatoire, pondérée par leurs probabilités.
- **variance $V(X)$** — Un indicateur de dispersion des valeurs de X autour de son espérance, calculé par $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ (formule de König-Huygens).
- **écart type $\sigma(X)$** — La racine carrée de la variance : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.
- **jeu équitable** — Un jeu dont la variable aléatoire de gain (en points) a une espérance nulle : ni un joueur ni l'autre n'est avantagé en moyenne.

Ce que je sais déjà

· Pour l'espérance, je multiplie chaque valeur de X par sa probabilité, puis je somme : $E(X) = \sum (\text{valeur} \times \text{probabilité})$.

· Pour la variance, j'utilise la formule de König-Huygens : $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$, en n'oubliant jamais d'élever $E(X)$ au carré.

· L'écart type est la racine carrée de la variance, jamais la variance elle-même.

· Un jeu équitable a une espérance nulle : ce résultat se lit toujours en POINTS ou en score, jamais comme une somme d'argent gagnée à coup sûr.

La méthode

- 1 Je liste les valeurs possibles de X et leurs probabilités (la loi de probabilité).
- 2 Je calcule $E(X)$: chaque valeur multipliée par sa probabilité, puis la somme.
- 3 Je calcule $E(X^2)$ de la même façon, avec le CARRÉ de chaque valeur.
- 4 J'applique $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$, puis $\sigma(X) = \text{racine carrée de } V(X)$.

$E(X)$ = moyenne pondérée des valeurs. $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$. $\sigma(X)$ = racine carrée de $V(X)$.

Un exemple entièrement calculé

Un jeu donne $Y = +1$ point avec la probabilité $1/2$, $Y = -1$ point avec la probabilité $1/2$.

$E(Y) = 1 \times 1/2 + (-1) \times 1/2 = 0$: ce jeu est équitable.

$E(Y^2) = 1$, donc $V(Y) = 1 - 0^2 = 1$ et $\sigma(Y) = 1$.

Attention au piège

Oublier d'élever $E(X)$ au carré dans la formule de König-Huygens : $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$, jamais $E(X^2) - E(X)$.

Espérance, variance et écart type — entoure la bonne réponse

Rappel : $E(X)$ = moyenne pondérée des valeurs. $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$. $\sigma(X)$ = racine carrée de $V(X)$.

○ Entoure la bonne réponse.

REGARDE

À un jeu de fléchettes, une variable aléatoire X donne le nombre de points marqués à un lancer : $P(X = 0) = 1/2$, $P(X = 2) = 3/10$, $P(X = 5) = 1/5$. Quelle est l'espérance $E(X)$?

	0 point	2 points	5 points
Probabilité	1/2	3/10	1/5

2,33

5

6,2

1,6

1. Pour cette même variable X , quelle est la valeur de $E(X^2)$?

	0 point	2 points	5 points
Probabilité	1/2	3/10	1/5

2,56

1,6

25

6,2

2. En utilisant $E(X) = 1,6$ et $E(X^2) = 6,2$, calcule la variance $V(X)$ grâce à la formule $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.

3,64

-3,64

4,6

8,76

3. Quelle est une valeur approchée au centième de l'écart type $\sigma(X)$, sachant que $V(X) = 3,64$?

1,91

3,64

13,25

1,6

ÉTAPE 25 · EXERCICE 1 (SUITE)

4. En moyenne, sur un grand nombre de lancers à ce jeu de fléchettes, combien de points par lancer un joueur peut-il espérer marquer ?

5 points

0 point

1,6 point

3 points

5. Dans un autre jeu, une variable aléatoire Y donne le nombre de points gagnés ou perdus à une partie : $Y = +1$ point avec la probabilité $1/2$, $Y = -1$ point avec la probabilité $1/2$. Quelle est l'espérance $E(Y)$?

-1

0

1

0,5

6. Pour ce jeu équitable ($E(Y) = 0$), quelle est la variance $V(Y)$?

2

0

1

0,5

7. Ce jeu équitable a une espérance nulle, $E(Y) = 0$. Peut-on en conclure qu'un joueur gagnera exactement 0 point à chaque partie ?

Non, l'espérance est une moyenne théorique sur un grand nombre de parties, pas le résultat d'une seule

Non, car le calcul de $E(Y)$ est forcément faux si le résultat n'est jamais 0

Oui, une espérance nulle signifie qu'il ne se passe jamais rien

Oui, mais uniquement si le joueur joue un nombre pair de parties

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

À un jeu de fléchettes, une variable aléatoire X donne le nombre de points marqués à un lancer : $P(X = 0) = 1/2$, $P(X = 2) = 3/10$, $P(X = 5) = 1/5$. Quelle est l'espérance $E(X)$?

	0 point	2 points	5 points
Probabilité	1/2	3/10	1/5

1. L'espérance d'une variable aléatoire est la moyenne de ses valeurs, PONDÉRÉE par leurs probabilités : je multiplie chaque valeur par sa probabilité, puis je somme.

2. $0 \times 1/2 + 2 \times 3/10 + 5 \times 1/5 = 1,6$

$E(X) = 1,6$ points.

1. En utilisant $E(X) = 1,6$ et $E(X^2) = 6,2$, calcule la variance $V(X)$ grâce à la formule $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.

Résultat :

2. Quelle est une valeur approchée au centième de l'écart type $\sigma(X)$, sachant que $V(X) = 3,64$?

Résultat :

Automatismes : statistiques et probabilités

Lire vite et juste un graphique, un tableau croisé ou un arbre : ce sont des réflexes à entretenir toute l'année, pas un chapitre de plus.

Les mots à connaître

- **diagramme en boîte** — Une représentation résumant une série par cinq valeurs : minimum, premier quartile, médiane, troisième quartile, maximum.
- **écart interquartile** — La différence entre le troisième et le premier quartile : $Q3 - Q1$.

Ce que je sais déjà

· Sur un histogramme ou un diagramme en barres, l'effectif total est la somme des hauteurs de toutes les barres.

· Sur un diagramme en boîte, la médiane se lit au milieu de la boîte, entre $Q1$ et $Q3$; l'écart interquartile est $Q3 - Q1$.

· Sur un tableau croisé ou un arbre pondéré, $P(A \cap B)$ se divise par l'effectif total, tandis qu'une probabilité conditionnelle se divise par l'effectif (ou la probabilité) de l'événement déjà réalisé.

La méthode

- 1 Je repère ce que représente chaque axe, chaque barre ou chaque branche avant de lire une valeur.
- 2 Pour passer du graphique aux données, j'additionne ou je compare directement les valeurs lues.
- 3 Pour un indicateur statistique (moyenne, médiane, écart interquartile), j'applique sa formule aux valeurs lues.
- 4 Pour une probabilité conditionnelle sur un tableau ou un arbre, je choisis le bon dénominateur : l'effectif total pour une intersection, l'effectif de la condition pour une probabilité conditionnelle.

Lire un graphique, un tableau croisé ou un arbre sont des automatismes : la bonne réponse tient dans le bon repérage AVANT tout calcul.

Un exemple entièrement calculé

Un diagramme en boîte donne : minimum 2, $Q1 = 5$, médiane = 8, $Q3 = 12$, maximum 20.

L'écart interquartile est $12 - 5 = 7$.

Sur un tableau croisant deux machines et la conformité de pièces, sachant qu'une pièce vient de la machine A, sa probabilité d'être conforme se calcule en divisant l'effectif de la case par l'effectif total de la machine A, jamais par l'effectif total du tableau.

Attention au piège

Diviser par l'effectif total du tableau alors que la question porte sur une probabilité conditionnelle « sachant » une sous-population précise.

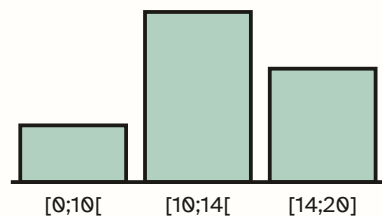
Automatismes : statistiques et probabilités — entoure la bonne réponse

Rappel : Lire un graphique, un tableau croisé ou un arbre sont des automatismes : la bonne réponse tient dans le bon repérage AVANT tout calcul.

 Entoure la bonne réponse.

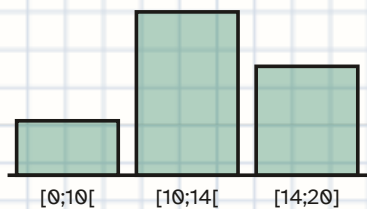
REGARDE

Cet histogramme représente les notes d'une classe. Combien d'élèves ont une note dans l'intervalle $[10;14[$?



- | | |
|---|----|
| 6 | 9 |
| 3 | 18 |

1. D'après ce même histogramme, quel est l'effectif total de la classe ?



- | | |
|----|---|
| 3 | 6 |
| 18 | 9 |

2. Un diagramme en boîte donne, pour une série statistique : minimum 2, premier quartile $Q_1 = 5$, médiane = 8, troisième quartile $Q_3 = 12$, maximum 20. Quel est l'écart interquartile de cette série ?

- | | |
|----|----|
| 7 | 12 |
| 18 | 8 |

3. Sur ce même diagramme en boîte, quelle est la médiane de la série ?

- | | |
|----|----|
| 20 | 12 |
| 8 | 5 |

ÉTAPE 26 · EXERCICE 1 (SUITE)

4. Une série statistique a pour effectifs 4 valeurs de 10 et 6 valeurs de 15. Quelle est sa moyenne ?

12

13

15

10

5. Un diagramme circulaire représente une population de 200 personnes ; un secteur représente 25 % de l'effectif. Combien de personnes ce secteur représente-t-il ?

200

25

150

50

6. D'après ce tableau croisé (50 pièces), sachant qu'une pièce vient de la machine A, quelle est la probabilité qu'elle soit conforme ?

	Conforme	Non conforme
Machine A	18	2
Machine B	24	6

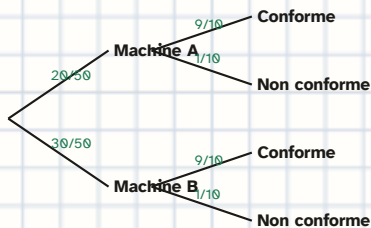
20/18

18/42

18/50

9/10

7. D'après cet arbre pondéré, quelle probabilité est directement écrite sur la branche « Machine A » puis « Conforme » ?



30/50

9/10

20/50

1/10

ÉTAPE 26 · EXERCICE 1 (SUITE)

8. Parmi ces trois écritures, laquelle correspond à la probabilité qu'un élément soit À LA FOIS dans A et dans B ?

$$P_{\text{B}}(\text{A})$$

$$P(\text{A} \cap \text{B})$$

$$P(\text{A}) \times P(\text{B})$$

$$P_{\text{A}}(\text{B})$$

9. Toujours avec le tableau croisé des 50 pièces, sachant qu'une pièce est conforme, quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine A, $P_{\text{Conforme}}(\text{A})$?

	Conforme	Non conforme
Machine A	18	2
Machine B	24	6

$$9/10$$

$$42/18$$

$$18/50$$

$$3/7$$

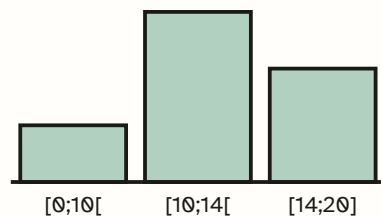
Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

Cet histogramme représente les notes d'une classe. Combien d'élèves ont une note dans l'intervalle $[10;14[$?



1. Je lis directement la hauteur de la barre correspondant à l'intervalle $[10;14[$

9 élèves ont une note dans $[10;14[$.

1. Un diagramme en boîte donne, pour une série statistique : minimum 2, premier quartile $Q_1 = 5$, médiane = 8, troisième quartile $Q_3 = 12$, maximum 20. Quel est l'écart interquartile de cette série ?

Résultat :

2. Sur ce même diagramme en boîte, quelle est la médiane de la série ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 25 • Espérance, variance et écart type

Rappel : $E(X)$ = moyenne pondérée des valeurs. $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$. $\sigma(X)$ = racine carrée de $V(X)$.



Scanne le code : la série « Espérance, variance et écart type » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Espérance, variance et écart type » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=esperance-variance-ecart-type-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Étape 26 • Automatismes : statistiques et probabilités

Rappel : Lire un graphique, un tableau croisé ou un arbre sont des automatismes : la bonne réponse tient dans le bon repérage AVANT tout calcul.



Scanne le code : la série « Automatismes : statistiques et probabilités » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Automatismes : statistiques et probabilités » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=automatismes-stats-probas-1re

Mes erreurs sur les 9 questions notées :



or • 0 erreur



argent • 1



bronze • 2

Listes Python : génération, parcours, comptage

Une liste se construit de trois façons différentes, mais se parcourt toujours de la même : élément après élément.

Les mots à connaître

- **liste en extension** — Une liste écrite directement avec toutes ses valeurs, entre crochets : `notes = [12, 15, 9, 18]`.
- **liste en compréhension** — Une liste construite par une formule appliquée à chaque élément d'un intervalle : `carres = [n * n for n in range(4)]`.
- **indice** — La position d'un élément dans une liste ; en Python, le PREMIER élément a l'indice 0.

Ce que je sais déjà

- Une liste se génère de trois façons : en extension (toutes les valeurs écrites d'un coup), par ajouts successifs (`append`), ou en compréhension (une formule appliquée à chaque terme d'un intervalle).
- Le premier élément d'une liste a l'indice 0, le deuxième l'indice 1, et ainsi de suite : l'indice n désigne le $(n + 1)$ -ième élément.
- Parcourir une liste (avec `for`) traite chaque élément un par un, dans l'ordre où il apparaît dans la liste.
- Une fonction de comptage additionne 1 chaque fois qu'un élément vérifie une condition ; une fonction de moyenne divise la somme des éléments par leur nombre.

La méthode

- 1 Je repère comment la liste est générée : en extension, par ajouts successifs, ou en compréhension.
- 2 Pour lire un élément précis, je compte les indices à partir de 0.
- 3 Pour parcourir la liste, je simule la boucle terme après terme, dans l'ordre.
- 4 Pour une fonction de comptage ou de moyenne, j'applique sa formule aux éléments de la liste donnée en argument.

Une liste se génère en extension, par ajouts successifs, ou en compréhension ; elle se parcourt et s'indexe toujours à partir de 0.

Un exemple entièrement calculé

On définit `liste = [5, 3, 8]`, puis `liste.append(2)`, puis `liste.pop(0)`.
 Après `append(2)`, la liste vaut `[5, 3, 8, 2]`.
`pop(0)` retire l'élément d'indice 0 (le premier, 5) : la liste finale est `[3, 8, 2]`.

Attention au piège

Compter le premier élément d'une liste comme l'indice 1 : en Python, les indices commencent TOUJOURS à 0.

Listes Python : génération, parcours, comptage — entoure la bonne réponse

Rappel : Une liste se génère en extension, par ajouts successifs, ou en compréhension ; elle se parcourt et s'indexe toujours à partir de 0.

 **Entoure la bonne réponse.**

REGARDE

On définit la liste `notes = [12, 15, 9, 18]`. Quelle est la valeur de `notes[2]` ?

12

9

15

18

1. On exécute `resultats = []`
`resultats.append(3)`
`resultats.append(7)`
`resultats.append(1)`. Quelle est la valeur de `resultats` après ces instructions ?

[0, 3, 7, 1]

[1, 7, 3]

[3, 7]

[3, 7, 1]

2. On exécute `carres = [n * n for n in range(4)]`. Quelle est la valeur de `carres` ?

[0, 1, 4, 9]

[1, 4, 9, 16]

[0, 1, 2, 3]

[0, 1, 4, 9, 16]

3. On exécute `total = 0`
`for x in [4, 8, 2]:`
`total = total + x`. Quelle est la valeur de `total` après cette boucle ?

2

14

64

4

4. On définit `def compte_six(liste):`
`n = 0`
`for x in liste:`
`if x == 6:`
`n = n + 1`
`return n`. Que renvoie l'appel `compte_six([6, 2, 6, 4, 1, 5, 6])` ?

0

4

7

3

ÉTAPE 27 • EXERCICE 1 (SUITE)

5. On définit `def moyenne(liste):`

`return sum(liste) / len(liste)`. Que renvoie l'appel `moyenne([3, 5, 7, 9])` ?

24

4

7

6

6. Cette liste enregistre 8 résultats simulés d'un dé à six faces : `tirages = [3, 6, 6, 1, 6, 4, 2, 6]`.
Quelle est la fréquence d'apparition du 6 dans cette liste ?

4/4

1/6

4/8

1/2

7. On exécute `liste = [5, 3, 8]`

`liste.append(2)`

`liste.pop(0)`. Quelle est la valeur de `liste` après ces instructions ?

[3, 8]

[8, 2]

[3, 8, 2]

[5, 3, 8, 2]

Je démontre



Rédige la démonstration : ce que tu sais, tes étapes, puis encadre le résultat.

REGARDE

On définit la liste `notes = [12, 15, 9, 18]`. Quelle est la valeur de `notes[2]` ?

1. Les indices d'une liste commencent à 0 : `notes[0]` vaut 12, `notes[1]` vaut 15, `notes[2]` vaut 9.
2. `notes[2]` désigne le TROISIÈME élément de la liste, pas le deuxième.

`notes[2]` vaut 9.

1. On exécute `resultats = []`

`resultats.append(3)`

`resultats.append(7)`

`resultats.append(1)`. Quelle est la valeur de `resultats` après ces instructions ?

Résultat :

2. On exécute `carres = [n * n for n in range(4)]`. Quelle est la valeur de `carres` ?

Résultat :

3. On exécute `total = 0`

`for x in [4, 8, 2]:`

`total = total + x`. Quelle est la valeur de `total` après cette boucle ?

Résultat :

Regarde la démonstration animée

Étape 27 · Listes Python : génération, parcours, comptage

Rappel : Une liste se génère en extension, par ajouts successifs, ou en compréhension ; elle se parcourt et s'indexe toujours à partir de 0.



Scanne le code : la série « Listes Python : génération, parcours, comptage » s'ouvre sur le site avec la démonstration animée de chaque question. Corrige-toi, puis colorie ta médaille page 4.



1. Scanne le code avec un téléphone.
2. La série « Listes Python : génération, parcours, comptage » s'ouvre sur le site.
3. Réponds, puis regarde la démonstration animée si tu hésites.
4. Reviens ici colorier ta médaille (page 4).

moncoachdemath.fr/exercice.php?c=1re&s=python-listes-simulation-1re

Mes erreurs sur les 7 questions notées :



or · 0 erreur



argent · 1



bronze · 2

Les démonstrations du programme

Le programme de 1re demande de savoir **démontrer**, pas seulement calculer : il liste des démonstrations à connaître. Les voici, rédigées comme au tableau — les hypothèses, chaque étape justifiée, le résultat encadré — puis vérifiées sur un exemple chiffré. Lis-les, puis refais-les de mémoire sur une feuille : c'est le seul moyen de les retenir.

1. Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
2. Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.
3. Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.
4. Résolution de l'équation du second degré.
5. Équation de la tangente en un point à une courbe représentative.
6. La fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.
7. Fonction dérivée de la fonction carrée, de la fonction inverse.
8. Fonction dérivée d'un produit.
9. Calcul de $\cos(\pi/4)$, $\sin(\pi/4)$, $\cos(\pi/3)$, $\sin(\pi/3)$.
10. Formule d'Al-Kashi (démonstration avec le produit scalaire).
11. Ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ (démonstration avec le produit scalaire).

Démonstration : le terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

De proche en proche, chaque terme se déduit du précédent — il suffit de compter combien de pas ont été franchis depuis le départ.

Les mots à connaître

- **de proche en proche** — Un raisonnement qui construit un résultat pour tout rang n en l'établissant d'abord pour un rang, puis en le prolongeant au rang suivant, indéfiniment.

Hypothèses et définitions

- Une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r vérifie $u_{n+1} = u_n + r$ pour tout entier naturel n .
- Une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q vérifie $u_{n+1} = q \times u_n$ pour tout entier naturel n .

La démonstration

- 1 Cas arithmétique : je pars de u_0 et j'ajoute r à chaque étape. $u_1 = u_0 + r$, puis $u_2 = u_1 + r = u_0 + 2r$, puis $u_3 = u_0 + 3r$.
- 2 De proche en proche, j'ai donc ajouté r exactement n fois pour atteindre le rang n : $u_n = u_0 + n \times r$.
- 3 Cas géométrique : je pars de u_0 et je multiplie par q à chaque étape. $u_1 = q \times u_0$, puis $u_2 = q \times u_1 = q^2 \times u_0$, puis $u_3 = q^3 \times u_0$.
- 4 De proche en proche, j'ai donc multiplié par q exactement n fois pour atteindre le rang n : $u_n = u_0 \times q^n$.

Arithmétique : $u_n = u_0 + n \times r$. Géométrique : $u_n = u_0 \times q^n$.

Vérification sur un exemple

Arithmétique : $u_0 = 5$, $r = 3$. $u_1 = 8$, $u_2 = 11$, $u_3 = 14$, $u_4 = 17$.

Je vérifie avec la formule : $u_4 = 5 + 4 \times 3 = 17$. Les deux méthodes donnent le même résultat.

Géométrique : $u_0 = 2$, $q = 3$. $u_1 = 6$, $u_2 = 18$, $u_3 = 54$, $u_4 = 162$.

Je vérifie avec la formule : $u_4 = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$. Les deux méthodes donnent le même résultat.

L'erreur de raisonnement classique

Confondre le nombre de pas franchis avec le rang du DERNIER terme calculé : pour atteindre u_n depuis u_0 , on franchit exactement n pas, ni un de plus, ni un de moins.

Démonstration : le calcul de $1 + 2 + \dots + n$

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.

Écrire la même somme deux fois, une fois à l'endroit, une fois à l'envers : la méthode de Gauss transforme une addition compliquée en une simple multiplication.

Les mots à connaître

- **méthode de Gauss** — Une méthode qui consiste à écrire une somme de termes consécutifs deux fois, dans les deux sens, puis à additionner les deux écritures terme à terme.

Hypothèses et définitions

- Je note $S = 1 + 2 + \dots + n$, la somme des n premiers entiers strictement positifs.
- Additionner S avec elle-même, terme à terme, donne $2S$.

La démonstration

- 1 J'écris S dans l'ordre croissant : $S = 1 + 2 + \dots + (n - 1) + n$.
- 2 J'écris la même somme S dans l'ordre décroissant : $S = n + (n - 1) + \dots + 2 + 1$.
- 3 J'additionne les deux écritures, colonne par colonne : chaque paire de termes superposés a pour somme $n + 1$ (1 avec n , 2 avec $n - 1$, et ainsi de suite).
- 4 Il y a exactement n colonnes, chacune valant $n + 1$: $2S = n \times (n + 1)$.
- 5 Je divise par 2 : $S = n \times (n + 1) / 2$.

$$1 + 2 + \dots + n = n \times (n + 1) / 2.$$

Vérification sur un exemple

Prenons $n = 10$.

$S = 1 + 2 + \dots + 10$.

Avec la formule : $S = 10 \times 11 / 2 = 55$.

En additionnant directement : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$. Les deux méthodes concordent.

L'erreur de raisonnement classique

Oublier de diviser par 2 à la fin : le calcul $n \times (n + 1)$ donne $2S$, la somme comptée DEUX FOIS (une fois dans chaque sens), jamais S elle-même.

Démonstration : le calcul de $1 + q + \dots + q^n$

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.

Multiplier toute la somme par q , puis la soustraire à elle-même : presque tous les termes s'effacent, et il ne reste qu'une différence de deux puissances.

Les mots à connaître

- **télescopage** — La disparition, dans une soustraction bien organisée, de tous les termes intermédiaires identiques présents dans les deux écritures.

Hypothèses et définitions

· Je note $S = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$, avec q différent de 1.

· Multiplier S par q décale chaque exposant d'un rang.

La démonstration

- 1 J'écris $S = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$.
- 2 Je multiplie cette égalité par q : $qS = q + q^2 + q^3 + \dots + q^{n+1}$.
- 3 Je soustrais la première écriture à la seconde : $qS - S = q^{n+1} - 1$ (tous les termes du milieu, communs aux deux sommes, s'éliminent par télescopage).
- 4 Je factorise le membre de gauche : $(q - 1)S = q^{n+1} - 1$.
- 5 Comme q est différent de 1, je peux diviser par $(q - 1)$: $S = (q^{n+1} - 1) / (q - 1)$.

Pour $q \neq 1$: $1 + q + \dots + q^n = (q^{n+1} - 1) / (q - 1)$.

Vérification sur un exemple

Prenons $q = 2$ et $n = 4$.

$S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16$.

Avec la formule : $S = (2^5 - 1) / (2 - 1) = (32 - 1) / 1 = 31$.

En additionnant directement : $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$. Les deux méthodes concordent.

L'erreur de raisonnement classique

Appliquer cette formule quand $q = 1$: la division par $(q - 1)$ n'a alors aucun sens (on diviserait par 0) — dans ce cas particulier, tous les termes valent 1 et la somme vaut simplement $n + 1$.

Démonstration : la résolution de l'équation du second degré

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Résolution de l'équation du second degré.

Un seul calcul, le discriminant, tranche entre trois destins possibles pour une équation du second degré : deux solutions, une seule, ou aucune.

Les mots à connaître

- **disjonction de cas** — Un raisonnement qui distingue plusieurs situations possibles (ici, selon le signe de Δ) et traite chacune séparément, pour couvrir tous les cas.

Hypothèses et définitions

- Je considère l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, avec a différent de 0.
- L'identité de complétion du carré permet d'écrire $x^2 + 2\alpha x = (x + \alpha)^2 - \alpha^2$.
- Le discriminant est défini par $\Delta = b^2 - 4ac$.

La démonstration

- 1 Je mets $ax^2 + bx + c$ sous forme canonique, en factorisant par a puis en complétant le carré : $ax^2 + bx + c = a[(x + b/(2a))^2 - \Delta/(4a^2)]$, où $\Delta = b^2 - 4ac$.
- 2 Résoudre $ax^2 + bx + c = 0$ revient alors à résoudre $(x + b/(2a))^2 = \Delta/(4a^2)$, ce qui ramène le problème au signe de Δ . Je distingue trois cas.
- 3 Cas $\Delta > 0$: $\Delta/(4a^2)$ est strictement positif, donc $x + b/(2a) = \pm\sqrt{\Delta}/(2a)$. J'obtiens deux solutions distinctes : $x = (-b - \sqrt{\Delta})/(2a)$ et $x = (-b + \sqrt{\Delta})/(2a)$.
- 4 Cas $\Delta = 0$: l'équation devient $(x + b/(2a))^2 = 0$, qui n'a qu'une seule solution : $x = -b/(2a)$ (une racine double).
- 5 Cas $\Delta < 0$: $\Delta/(4a^2)$ est strictement négatif, or un carré ne peut jamais être négatif — l'équation n'a donc aucune solution réelle.

$\Delta = b^2 - 4ac$: si $\Delta > 0$, deux solutions $x = (-b \pm \sqrt{\Delta})/(2a)$; si $\Delta = 0$, une solution double $x = -b/(2a)$; si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

Démonstration : la résolution de l'équation du second degré — la vérification

Vérification sur un exemple

Réolvons $x^2 - x - 6 = 0$ ($a = 1$, $b = -1$, $c = -6$).

$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1 + 24 = 25$.

$\Delta = 25$ est strictement positif, et $\sqrt{25} = 5$: il y a deux solutions.

$x_1 = (1 - 5)/2 = -2$ et $x_2 = (1 + 5)/2 = 3$.

Je vérifie : $(-2)^2 - (-2) - 6 = 4 + 2 - 6 = 0$ et $3^2 - 3 - 6 = 9 - 3 - 6 = 0$.

L'erreur de raisonnement classique

Confondre les trois cas : un discriminant négatif ne donne pas « zéro racine double », il donne AUCUNE racine réelle ; une racine double ($\Delta = 0$) n'est vraiment qu'UNE seule solution, pas deux solutions confondues qu'on additionnerait.

Démonstration : l'équation de la tangente en un point à une courbe représentative

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Équation de la tangente en un point à une courbe représentative.

La tangente est la « limite » des sécantes : il suffit de suivre cette idée pour en écrire l'équation.

Les mots à connaître

- **sécante (AM)** — La droite joignant le point A d'abscisse a et un point M d'abscisse $a + h$ de la courbe de f .

Hypothèses et définitions

- Le taux de variation de f entre a et $a + h$, $(f(a + h) - f(a))/h$, est la pente de la sécante (AM).
- Quand h se rapproche de 0 , ce taux de variation se rapproche du nombre dérivé $f'(a)$: c'est la définition du nombre dérivé.
- Une droite de pente m passant par un point $(a ; b)$ a pour équation $y - b = m(x - a)$.

La démonstration

- 1 Je pars du taux de variation de f entre a et $a + h$: $(f(a + h) - f(a))/h$, qui est la pente de la sécante (AM).
- 2 Quand h se rapproche de 0 , ce taux de variation se rapproche du nombre dérivé $f'(a)$.
- 3 La sécante (AM) se rapproche alors d'une droite limite, la tangente en A, dont la pente est ce nombre $f'(a)$.
- 4 Une droite de pente $f'(a)$ passant par A($a ; f(a)$) a pour équation $y - f(a) = f'(a)(x - a)$.
- 5 J'isole y : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a a pour équation $y = f(a) + f'(a)(x - a)$.

Vérification sur un exemple

Pour $f(x) = x^2$ en $a = 1$: $f(1) = 1$ et $f'(1) = 2$.

L'équation de la tangente est $y = 2(x - 1) + 1$.

Je développe : $y = 2x - 2 + 1 = 2x - 1$.

L'erreur de raisonnement classique

Écrire $y = f'(a)(x - a)$ en oubliant d'ajouter $f(a)$: la droite obtenue a la bonne pente, mais ne passe plus par le point A.

Démonstration : la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

La fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.

La courbe de la racine carrée part de l'origine presque à la verticale : son taux de variation le confirme par le calcul.

Les mots à connaître

- **quantité conjuguée** — Ici, écrire $\sqrt{h} = (\sqrt{h} \times \sqrt{h})/\sqrt{h}$ pour transformer $\sqrt{h}/h$ en $1/\sqrt{h}$.

Hypothèses et définitions

- Le nombre dérivé en 0, s'il existe, est le nombre dont se rapproche le taux de variation $(f(h) - f(0))/h$ quand h se rapproche de 0.
- La fonction racine carrée est définie sur $[0 ; +\infty[$, donc h doit être positif pour étudier son taux de variation en 0.

La démonstration

- 1 Je calcule le taux de variation de la fonction racine carrée entre 0 et h , pour h strictement positif : $(\sqrt{h} - \sqrt{0})/h = \sqrt{h}/h$.
- 2 Je simplifie : $\sqrt{h}/h = \sqrt{h}/(\sqrt{h} \times \sqrt{h}) = 1/\sqrt{h}$.
- 3 Quand h se rapproche de 0 (par valeurs positives), $\sqrt{h}$ se rapproche de 0, donc $1/\sqrt{h}$ devient arbitrairement grand.
- 4 Le taux de variation ne se rapproche donc d'aucun nombre fini : il n'y a pas de nombre dérivé en 0.
- 5 La fonction racine carrée n'est donc pas dérivable en 0 (sa courbe admet toutefois une tangente verticale en ce point).

Le taux de variation $1/\sqrt{h}$ devient arbitrairement grand quand h se rapproche de 0 : la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.

Vérification sur un exemple

Pour $h = 0,01$: $1/\sqrt{0,01} = 1/0,1 = 10$.

Pour $h = 0,0001$: $1/\sqrt{0,0001} = 1/0,01 = 100$.

Le taux de variation grandit sans limite quand h se rapproche de 0 : il ne peut donc pas y avoir de nombre dérivé.

L'erreur de raisonnement classique

Confondre « la fonction est définie en 0 » et « la fonction est dérivable en 0 » : la racine carrée est bien définie en 0, mais son taux de variation n'a pas de limite finie.

Démonstration : la fonction dérivée de la fonction carrée, de la fonction inverse

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Fonction dérivée de la fonction carrée, de la fonction inverse.

Deux calculs de taux de variation, deux formules de dérivées à retenir pour toute l'année.

Les mots à connaître

- **réduction au même dénominateur** — Regrouper deux fractions comme $1/(a+h)$ et $1/a$ sous un seul dénominateur commun pour pouvoir les soustraire.

Hypothèses et définitions

- Le nombre dérivé en a est le nombre dont se rapproche le taux de variation $(f(a+h) - f(a))/h$ quand h se rapproche de 0 .
- Développer : $(a+h)^2 = a^2 + 2ah + h^2$.

La démonstration

- 1 Fonction carré : je calcule le taux de variation entre a et $a+h$: $((a+h)^2 - a^2)/h$.
- 2 Je développe le numérateur : $(a+h)^2 - a^2 = a^2 + 2ah + h^2 - a^2 = 2ah + h^2 = h(2a+h)$.
- 3 Je simplifie par h (non nul) : le taux de variation vaut $2a+h$, qui se rapproche de $2a$ quand h se rapproche de 0 . La fonction dérivée de la fonction carré est donc $x \mapsto 2x$.
- 4 Fonction inverse : je calcule le taux de variation entre a et $a+h$ ($a \neq 0$) : $(1/(a+h) - 1/a)/h$, que je réduis au même dénominateur : $(a - (a+h))/(a(a+h)h) = -h/(a(a+h)h) = -1/(a(a+h))$.
- 5 Quand h se rapproche de 0 , $-1/(a(a+h))$ se rapproche de $-1/a^2$. La fonction dérivée de la fonction inverse est donc $x \mapsto -1/x^2$.

La fonction dérivée de la fonction carré est $x \mapsto 2x$; celle de la fonction inverse est $x \mapsto -1/x^2$.

Vérification sur un exemple

Pour la fonction carré en $a = 3$, avec $h = 0,01$: le taux de variation vaut $((3,01)^2 - 3^2)/0,01 = 6,01$, proche de $2 \times 3 = 6$.

Pour la fonction inverse en $a = 2$, avec $h = 0,01$: le taux de variation vaut environ $-0,249$, proche de $-1/2^2 = -0,25$.

L'erreur de raisonnement classique

Oublier de simplifier par h avant de faire tendre h vers 0 : le calcul du taux de variation reste bloqué en $0/0$ tant que le facteur h commun n'a pas été supprimé du numérateur et du dénominateur.

Démonstration : la fonction dérivée d'un produit

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Fonction dérivée d'un produit.

Un terme ajouté puis retranché suffit à faire apparaître séparément les deux taux de variation d'un produit.

Les mots à connaître

- **terme croisé ajouté-retranché** — L'astuce qui consiste à insérer un même terme, une fois avec un signe +, une fois avec un signe –, pour faire apparaître deux différences utiles sans changer la valeur totale.

Hypothèses et définitions

· u et v sont deux fonctions dérivables en a .

· Une fonction dérivable en a est aussi continue : quand h se rapproche de 0 , $v(a + h)$ se rapproche de $v(a)$.

La démonstration

- 1 Je note $f = uv$, et je calcule le taux de variation de f entre a et $a + h$: $(u(a + h)v(a + h) - u(a)v(a))/h$.
- 2 J'ajoute et je retranche le même terme au numérateur, $u(a)v(a + h)$: $u(a + h)v(a + h) - u(a)v(a + h) + u(a)v(a + h) - u(a)v(a)$.
- 3 Je factorise chaque paire : $v(a + h)(u(a + h) - u(a)) + u(a)(v(a + h) - v(a))$.
- 4 Je divise par h : $v(a + h) \times (u(a + h) - u(a))/h + u(a) \times (v(a + h) - v(a))/h$.
- 5 Quand h se rapproche de 0 : le premier quotient se rapproche de $u'(a)$, le second de $v'(a)$, et $v(a + h)$ se rapproche de $v(a)$ car v est continue en a .
- 6 Le taux de variation de f se rapproche donc de $v(a) \times u'(a) + u(a) \times v'(a)$: la fonction dérivée d'un produit uv est $u'v + uv'$.

La fonction dérivée du produit uv est $(uv)' = u'v + uv'$.

Vérification sur un exemple

Pour $u(x) = x^2$ et $v(x) = x + 1$, en $a = 2$: $u(2) = 4$, $v(2) = 3$, $u'(2) = 4$, $v'(2) = 1$.

$(uv)'(2) = 4 \times 3 + 4 \times 1 = 16$.

Je vérifie directement : $f(x) = x^2(x + 1) = x^3 + x^2$, donc $f'(x) = 3x^2 + 2x$, et $f'(2) = 12 + 4 = 16$: les deux méthodes concordent.

L'erreur de raisonnement classique

Croire que $(uv)' = u'v$: le produit des dérivées n'est pas la dérivée du produit — le terme croisé ajouté-retranché est justement ce qui évite cette erreur.

Démonstration : le calcul de $\cos(\pi/4)$, $\sin(\pi/4)$, $\cos(\pi/3)$, $\sin(\pi/3)$

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Calcul de $\cos(\pi/4)$, $\sin(\pi/4)$, $\cos(\pi/3)$, $\sin(\pi/3)$.

Un carré coupé en deux, un triangle équilatéral coupé en deux : deux figures suffisent à retrouver quatre valeurs remarquables.

Les mots à connaître

- **triangle isocèle** — Un triangle qui a deux côtés de même longueur, et donc deux angles égaux.
- **triangle équilatéral** — Un triangle dont les trois côtés ont la même longueur, et dont les trois angles valent chacun $\pi/3$ (60°).

Hypothèses et définitions

· Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le rapport côté adjacent sur hypoténuse, le sinus est le rapport côté opposé sur hypoténuse.

· Le théorème de Pythagore relie les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.

· Un carré de côté 1 a une diagonale qui le coupe en deux triangles rectangles isocèles ; un triangle équilatéral de côté 1 a une hauteur qui le coupe en deux triangles rectangles.

La démonstration

- 1 Demi-carré : je considère un carré de côté 1, coupé en deux par sa diagonale : j'obtiens un triangle rectangle isocèle dont les deux angles aigus valent $\pi/4$.
- 2 Par le théorème de Pythagore, la diagonale (l'hypoténuse) mesure $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.
- 3 Dans ce triangle, $\cos(\pi/4)$ et $\sin(\pi/4)$ valent tous deux le rapport côté sur hypoténuse, soit $1/\sqrt{2}$, que je rends rationnel : $1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$.
- 4 Triangle équilatéral : je considère un triangle équilatéral de côté 1, dont chaque angle vaut $\pi/3$; sa hauteur le coupe en deux triangles rectangles.
- 5 La hauteur partage la base en deux segments de longueur $1/2$; par Pythagore, la hauteur mesure $\sqrt{1^2 - (1/2)^2} = \sqrt{3/4} = \sqrt{3}/2$.
- 6 Dans le triangle rectangle obtenu, $\cos(\pi/3) = (1/2)/1 = 1/2$, et $\sin(\pi/3) = (\sqrt{3}/2)/1 = \sqrt{3}/2$.

$$\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2 ; \cos(\pi/3) = 1/2 \text{ et } \sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2.$$

Vérification sur un exemple

Vérifions avec $\pi/3$: $\cos(\pi/3)^2 + \sin(\pi/3)^2 = (1/2)^2 + (\sqrt{3}/2)^2 = 1/4 + 3/4 = 1$.

Cette somme vaut bien 1, conforme à la relation entre cosinus et sinus d'un même réel.

L'erreur de raisonnement classique

Confondre $\cos(\pi/3)$ et $\sin(\pi/3)$: le premier vaut $1/2$ (le plus petit), le second $\sqrt{3}/2$ — retenir que sur $[0 ; \pi/2]$, le cosinus diminue quand l'angle augmente, alors que le sinus augmente.

Démonstration : la formule d'Al-Kashi

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Formule d'Al-Kashi (démonstration avec le produit scalaire).

Décomposer un côté du triangle en deux vecteurs, puis développer son carré grâce au produit scalaire : Pythagore se généralise à un triangle quelconque.

Les mots à connaître

- **relation de Chasles** — Pour tous points A, B, C : $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$, ou de façon équivalente $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$.

Hypothèses et définitions

- Le carré de la norme d'un vecteur s'obtient par son produit scalaire avec lui-même : $\|\vec{w}\|^2 = \vec{w} \cdot \vec{w}$.
- Le produit scalaire est bilinéaire et symétrique : il se développe comme un produit de nombres, terme à terme.
- Pour deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ d'origine commune formant un angle en ce sommet, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\theta)$.

La démonstration

- 1 Je pars du triangle ABC et je décompose le côté $\vec{BC}$ à l'aide de la relation de Chasles : $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$.
- 2 Je calcule le carré de sa norme grâce au produit scalaire d'un vecteur par lui-même : $BC^2 = \vec{BC} \cdot \vec{BC} = (\vec{AC} - \vec{AB}) \cdot (\vec{AC} - \vec{AB})$.
- 3 Je développe ce produit scalaire par bilinéarité et symétrie, comme un produit de deux nombres : $(\vec{AC} - \vec{AB}) \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = \vec{AC} \cdot \vec{AC} - 2 \times \vec{AC} \cdot \vec{AB} + \vec{AB} \cdot \vec{AB}$.
- 4 Je remplace chaque produit scalaire d'un vecteur par lui-même par le carré de sa norme : $\vec{AC} \cdot \vec{AC} = AC^2$ et $\vec{AB} \cdot \vec{AB} = AB^2$.
- 5 Le terme central s'exprime avec la formule du cosinus : $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = AC \times AB \times \cos(A)$, où l'angle en A est l'angle du triangle au sommet A.
- 6 Je remplace et je réorganise : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$ — c'est la formule d'Al-Kashi.

Dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$, où l'angle en A est l'angle du triangle au sommet A.

Démonstration : la formule d'Al-Kashi — la vérification

Vérification sur un exemple

Prenons un triangle ABC avec $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm, et un angle en A de 60° , donc $\cos(A) = 0,5$.

$$BC^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times 0,5.$$

$$25 + 64 - 40 = 49.$$

$$BC = \sqrt{49} = 7 \text{ cm.}$$

L'erreur de raisonnement classique

Oublier que le cosinus d'un angle obtus est négatif : le terme $-2 \times AB \times AC \times \cos(A)$, censé être soustrait, devient alors positif — une erreur de signe qui change complètement le résultat, sans qu'aucun calcul intermédiaire ne semble faux.

Démonstration : caractériser le cercle de diamètre [AB] par le produit scalaire

CE QUE LE PROGRAMME DEMANDE DE DÉMONTRER

Ensemble des points M tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ (démonstration avec le produit scalaire).

Passer par le milieu d'un segment transforme un produit scalaire compliqué en une simple identité remarquable — et révèle un cercle tout entier.

Les mots à connaître

- **cercle de diamètre [AB]** — Le cercle de centre le milieu de [AB] et de rayon la moitié de AB. Un point M en fait partie si et seulement si le triangle AMB est rectangle en M.

Hypothèses et définitions

• I désigne le milieu du segment [AB], donc $\vec{IA} = -\vec{IB}$.

• Le produit scalaire d'un vecteur par lui-même donne le carré de sa norme : $\vec{w} \cdot \vec{w} = \|\vec{w}\|^2$.

• Deux longueurs sont toujours positives ou nulles : l'égalité de leurs carrés entraîne directement l'égalité des longueurs elles-mêmes.

La démonstration

- 1 J'introduis I, le milieu du segment [AB], et je décompose $\vec{MA}$ et $\vec{MB}$ par la relation de Chasles, en passant par I : $\vec{MA} = \vec{MI} + \vec{IA}$ et $\vec{MB} = \vec{MI} + \vec{IB}$.
- 2 Comme I est le milieu de [AB], les vecteurs $\vec{IA}$ et $\vec{IB}$ sont opposés : $\vec{IB} = -\vec{IA}$, donc $\vec{MB} = \vec{MI} - \vec{IA}$.
- 3 Je calcule le produit scalaire : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = (\vec{MI} + \vec{IA}) \cdot (\vec{MI} - \vec{IA})$.
- 4 Je développe par bilinéarité et symétrie, comme une identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$: $(\vec{MI} + \vec{IA}) \cdot (\vec{MI} - \vec{IA}) = \vec{MI} \cdot \vec{MI} - \vec{IA} \cdot \vec{IA} = MI^2 - IA^2$.
- 5 L'égalité $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ équivaut donc à $MI^2 = IA^2$, c'est-à-dire à $MI = IA$, car ce sont deux longueurs, toujours positives ou nulles.
- 6 $MI = IA$ signifie que M est à la même distance du point I que A et B : l'ensemble cherché est exactement le cercle de centre I et de rayon IA, c'est-à-dire le cercle de diamètre [AB].

L'ensemble des points M tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ est le cercle de diamètre [AB].

Démonstration : caractériser le cercle de diamètre [AB] par le produit scalaire — la vérification

Vérification sur un exemple

Prenons $A(0 ; 0)$ et $B(6 ; 0)$. Le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées $(3 ; 0)$, et $IA = 3$.

Testons $M(3 ; 3)$: $\vec{MA}$ a pour coordonnées $(0 - 3 ; 0 - 3)$, soit $(-3 ; -3)$, et $\vec{MB}$ a pour coordonnées $(6 - 3 ; 0 - 3)$, soit $(3 ; -3)$.

$$(-3) \times 3 + (-3) \times (-3) = -9 + 9 = 0.$$

Le produit scalaire est nul : M appartient bien au cercle de diamètre $[AB]$, de centre $I(3 ; 0)$ et de rayon 3.

L'erreur de raisonnement classique

Écrire que $MI^2 = IA^2$ donne $MI = \pm IA$, comme pour une équation du second degré : ici MI et IA sont des LONGUEURS, toujours positives ou nulles, donc l'égalité des carrés entraîne directement $MI = IA$, sans second cas à envisager.

Le grand bilan

Toutes les étapes se mélangent : entoure la bonne réponse. Pas d'exemple cette fois — tu connais le geste.

1. Développe $(x + 4)(x - 3)$.

☐ $x^2 - x - 12$

☐ $x^2 + x - 12$

☐ $x^2 + x + 12$

☐ $x^2 + 7x - 12$

2. Une suite arithmétique vérifie $u_2 = 8$ et $u_5 = 20$. Quelle est sa raison ?

☐ 14

☐ 12

☐ 6

☐ 4

3. Quelle est la valeur de $\sin(30^\circ)$?

☐ $1/2$

☐ 30

☐ 0,87

☐ $3/2$

4. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$, et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Que vaut $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$?

☐ 38

☐ 42

☐ 26

☐ 34

5. Simplifie $(e^{2x})^2$ (où e^{2x} désigne e^{2x}).

☐ e^{2x^2}

☐ $2e^{2x}$

☐ e^{4x}

☐ e^{4x^2}

6. Sachant que $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, quelle est la valeur de $\sin(-\pi/3)$?

☐ $\sqrt{3}/2$

☐ $1/2$

☐ 0

☐ $-\sqrt{3}/2$

7. Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 3$ et pour raison $r = 5$. Quelle est la valeur de u_{10} ?

☐ 35

☐ 48

☐ 50

☐ 53

8. Dans un triangle ABC, $AB = 5$ cm, $AC = 3$ cm, et l'angle en A mesure 120° . Quelle est la longueur BC ?

☐ $\sqrt{19}$ cm

☐ $\sqrt{34}$ cm

☐ 2 cm

☐ 7 cm

9. On définit la liste notes = [12, 15, 9, 18]. Quelle est la valeur de notes[2] ?

☐ 15

☐ 18

☐ 12

☐ 9

10. Une suite arithmétique de raison $r = 4$ vérifie $u_3 = 17$. Quelle est la valeur de u_0 ?

☐ 13

☐ 29

☐ 17

☐ 5

11. Quel est le signe de $(x - 1)(x - 6)$ lorsque $x = 3$?

☐ Dépend du signe du coefficient dominant

☐ Nul

☐ Positif

☐ Négatif

12. Pour ce jeu équitable ($E(Y) = 0$), quelle est la variance $V(Y)$?

☐ 1

☐ 0,5

☐ 2

☐ 0

13. On donne $P(A) = 0,5$ et $P_A(B) = 0,6$. Calcule $P(A \cap B)$.

☐ 1,1

☐ 0,3

☐ 0,1

☐ 1,2

14. On donne $P(A) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Calcule $P_A(B)$.

☐ 0,25

☐ 0,04

☐ 0,5

☐ 0,3

LE GRAND BILAN · SUITE

15. A(1 ; 4) et B(5 ; 12). Quel est le coefficient directeur de la droite (AB) ?
16. Dans un triangle ABC, AB = 5 cm, AC = 8 cm et BC = 7 cm. Que vaut l'angle en A ?
17. Calcule le discriminant de $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$.
18. Après une hausse de 20 %, un article coûte 96 €. Quel était son prix initial ?
19. Une suite géométrique de raison $q = 2$ vérifie $u_2 = 12$. Quelle est la valeur de u_0 ?
20. Résous $(x - 2)(x + 3) \leq 0$.
21. Simplifie $e^x \times e^{3x}$ (où e^{3x} désigne e^{3x}).
22. Un article coûte 80 €. Son prix augmente de 15 %. Quel est le nouveau prix ?
23. Une suite est définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n - 2$. Quelle est la valeur de u_5 ?
24. Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 2$ et pour raison $q = 3$. Quelle est la valeur de u_4 ?
25. Résous $x^2 + 3x - 4 = 0$.
26. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$, et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Que vaut $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2$?
27. On donne $f(x) = x^2 - 7x + 12$. Quelles sont les racines de f ?
28. Une grandeur f vérifie $f(10) = 50$ et $f'(10) = 3$. Donne une valeur approchée de $f(12)$.

Mon bilan

Tu as travaillé **27 méthodes** et répondu à **223 questions**, entourées puis démontrées. Regarde la page « Mes médailles » : compte tes « or ». Plus tu en as, plus tu sais non seulement répondre, mais dire POURQUOI — c'est ça, la démonstration.

MON COACH DE MATHS

Diplôme de 1re

décerné à

.....
qui a terminé les 27 étapes du cahier d'activités de 1re



or



argent



bronze

Fait le

Signature

Les corrigés

« Entoure » : le premier numéro de chaque exercice est l'exemple « Regarde », il n'est pas compté ; les réponses suivent dans l'ordre. « Je démontre » : ta rédaction peut différer, ce qui compte est que chaque étape soit justifiée et le résultat encadré.

Étape 1 • Modes de génération d'une suite

Entoure : 11 · 15 · explicitement, par une formule du type $u_n = f(n)$ · par une relation de récurrence, du type $u_{n+1} = f(u_n)$ · 13 · 23 · le terme qui suit immédiatement u_n dans la suite

Je démontre :

1. Une suite est définie par $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n - 3$. Quelle est la valeur de u_2 ?

1. Je calcule terme après terme, en appliquant deux fois la relation de récurrence.
2. $u_1 = 2 \times 5 - 3 = 7$
3. $u_2 = 2 \times 7 - 3 = 11$

$u_2 = 11$ (ne pas s'arrêter à u_1 : il faut appliquer la relation UNE fois par pas d'indice).

2. On sait que $u_5 = 12$ et que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 3$. Quelle est la valeur de u_6 ?

1. u_6 est le terme JUSTE APRÈS u_5 , obtenu en appliquant la relation de récurrence une seule fois.
2. $u_6 = u_5 + 3 = 12 + 3 = 15$

$u_6 = 15$ (u_5 lui-même n'est pas la réponse : il manque un pas).

3. La suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2$ est un exemple de suite définie...

1. u_n se calcule directement à partir de n , sans connaître le terme précédent : c'est le mode explicite.
2. Une relation de récurrence, elle, aurait besoin du terme précédent pour calculer le suivant.

$u_n = n^2$ est une définition explicite.

Étape 2 · Suites arithmétiques

Entoure : 53 · 5 · 57 · Elle est décroissante, car sa raison est strictement négative · 2 200 € · 7 · 4

Je démontre :

1. Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 3$ et pour raison $r = 5$. Quelle est la valeur de u_{10} ?

1. Le terme général d'une suite arithmétique est $u_n = u_0 + n \times r$.

2. $u_{10} = 3 + 10 \times 5$

3. $10 \times 5 = 50$

4. $3 + 50 = 53$

$u_{10} = 53$.

2. Une suite arithmétique de raison $r = 4$ vérifie $u_3 = 17$. Quelle est la valeur de u_0 ?

1. Pour reculer de u_3 à u_0 , je recule de 3 rangs, donc je retire 3 fois la raison.

2. $u_0 = 17 - 3 \times 4$

3. $3 \times 4 = 12$

4. $17 - 12 = 5$

$u_0 = 5$.

3. Calcule la somme $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17$ des 6 premiers termes d'une suite arithmétique.

1. Cette somme comporte 6 termes, du premier 2 au dernier 17.

2. $u_0 + \dots + u_5 = 6 \times (2 + 17) \div 2$

3. $6 \times (2 + 17) = 114$

4. $114 \div 2 = 57$

La somme des 6 premiers termes vaut 57 (comme la méthode de Gauss pour $1 + 2 + \dots + n$).

Étape 3 · Suites géométriques

Entoure : $162 \cdot 3 \cdot 31$ · Elle est décroissante, car $0 < q < 1$ et le premier terme est strictement positif · Elle est croissante, car $q > 1$ et le premier terme est strictement positif · $1\,331 \text{ €} \cdot 3$

Je démontre :

1. Une suite géométrique a pour premier terme $u_0 = 2$ et pour raison $q = 3$. Quelle est la valeur de u_4 ?

1. Le terme général d'une suite géométrique est $u_n = u_0 \times q^n$.
2. $u_4 = 2 \times 3^4$
3. $3^4 = 81$
4. $2 \times 81 = 162$

$u_4 = 162.$

2. Une suite géométrique de raison $q = 2$ vérifie $u_2 = 12$. Quelle est la valeur de u_0 ?

1. $u_2 = u_0 \times q^2$, donc je divise par 2^2 .
2. $u_0 = 12 \div 4 = 3$

$u_0 = 3.$

3. Calcule la somme $1 + 2 + 4 + 8 + 16$.

1. C'est une somme géométrique de raison 2, de 5 termes.
2. $1 + 2 + \dots + 2^4 = (2^5 - 1) \div (2 - 1)$
3. $(32 - 1) \div 1 = 31$

La somme vaut 31.

Étape 4 · Variations et limite d'une suite

Entoure : Elle est croissante, car le quotient $u_{n+1}/u_n = 1,5$ est strictement supérieur à 1 · Elle semble tendre vers 0 · Elle tend vers $+\infty$ · Elle tend vers $-\infty$ · Elle tend vers $+\infty$ · Elle n'admet pas de limite, ni finie ni infinie · Elle est décroissante, car $0 < q < 1$ et le premier terme est strictement positif

Je démontre :

1. Une suite géométrique de termes strictement positifs a pour raison $q = 1,5$. Quel est son sens de variation ?

1. Pour une suite à termes strictement positifs, j'étudie le signe de $u_{n+1}/u_n - 1$, ou je compare q à 1.
2. 1,5 est strictement supérieur à 1 : chaque terme dépasse le précédent, la suite est croissante.

La suite est croissante, car sa raison est strictement supérieure à 1.

2. Une suite arithmétique a pour raison $r = 3$ (strictement positive). Que peut-on conjecturer sur sa limite ?

1. À chaque pas, on ajoute 3 : les termes augmentent indéfiniment, sans jamais s'arrêter ni se stabiliser.
2. Une suite arithmétique de raison strictement positive dépasse, tôt ou tard, n'importe quel nombre fixé : elle tend vers $+\infty$.

La suite tend vers $+\infty$.

3. Une suite arithmétique a pour raison $r = -4$ (strictement négative). Que peut-on conjecturer sur sa limite ?

1. À chaque pas, on ajoute -4, donc on retranche 4 : les termes diminuent indéfiniment.
2. Une suite arithmétique de raison strictement négative devient, tôt ou tard, plus petite que n'importe quel nombre fixé : elle tend vers $-\infty$.

La suite tend vers $-\infty$.

Étape 5 · Second degré : racines, signe, forme factorisée

Entoure : $]-\infty ; -1[\cup]3 ; +\infty[$ · $[2 ; 5]$ · $f(x) = (x + 2)(x - 4)$ · $8 \cdot 3 \cdot 3$ et $4 \cdot [-3 ; 2]$

Je démontre :

1. Quelle fonction polynôme du second degré, de coefficient dominant 1, s'annule en -2 et en 4 ?

1. Une fonction s'annulant en r_1 et r_2 s'écrit $f(x) = (x - r_1)(x - r_2)$: chaque facteur $(x - r)$ s'annule bien en $x = r$.
2. Avec $r_1 = -2$ et $r_2 = 4$, le premier facteur est $(x + 2)$ (et non $(x - 2)$, piège de signe).

$f(x) = (x + 2)(x - 4)$ convient.

2. Pour $f(x) = (x - 3)(x - 5)$, quelle est la SOMME de ses racines ?

1. La somme des racines est $3 + 5$.
2. $3 + 5 = 8$

La somme des racines vaut 8 (ne pas la confondre avec leur produit, qui vaut 15).

3. On donne $f(x) = x^2 - 4x + 3$. On remarque que $f(1) = 0$. Quelle est la seconde racine de f ?

1. Le produit des racines vaut $c/a = 3$ (le coefficient constant, ici $a = 1$) ; une racine évidente est 1.
2. $1 \times x_2 = 3$
3. $x_2 = 3 \div 1 = 3$
4. Je vérifie : $1 + 3 = 4$, qui correspond bien à $-b = 4$.

La seconde racine est 3.

Étape 6 · Second degré : forme canonique, discriminant, résolution

Entoure : 49 · -2 et 3 · Aucune, car Δ est strictement négatif · $x = 3$ (racine double) · Toujours strictement positif, car $\Delta < 0$ et $a > 0$ · La forme canonique ; le minimum est 5, atteint en $x = 2$ · -4 et 1

Je démontre :

1. Calcule le discriminant de $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$.

$$1. \Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 2 \times (-3)$$

$$2. 5^2 = 25$$

$$3. 4 \times 2 \times (-3) = -24$$

$$4. 25 - (-24) = 49$$

$$\Delta = 49.$$

2. Résous $x^2 - x - 6 = 0$, sachant que son discriminant vaut 25.

$$1. \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$$

$$2. x_1 = (-b - \sqrt{\Delta}) / (2a) = (1 - 5) / 2 = -2$$

$$3. x_2 = (-b + \sqrt{\Delta}) / (2a) = (1 + 5) / 2 = 3$$

Les solutions sont -2 et 3 (ne pas oublier de diviser par 2a, ni la seconde racine).

3. Combien de racines réelles admet $x^2 + 2x + 5 = 0$, sachant que son discriminant vaut -16 ?

1. $\Delta = -16$ est strictement négatif.

2. Un discriminant strictement négatif signifie qu'aucun réel ne vérifie l'équation : l'équation n'a pas de solution réelle.

L'équation n'a aucune racine réelle.

Étape 7 · Automatismes : évolutions et calcul

Entoure : 80 € · +15 % · -1 % · -20 % · 5 et -2 · Négatif · Négatif · $x^2 + x - 12$ · $2x(x + 2)$

Je démontre :

1. Après une hausse de 20 %, un article coûte 96 €. Quel était son prix initial ?

$$1. 96 \div 1,20 = 80$$

Le prix initial était 80 €.

2. Un prix passe de 40 € à 46 €. Quel est le taux d'évolution ?

$$1. (46 - 40) \div 40 = 0,15$$

2. Soit un taux de +15 %.

Le taux d'évolution est +15 %.

3. Un prix subit une hausse de 10 % puis une baisse de 10 %. Quel est le taux d'évolution global ?

$$1. 1,10 \times 0,90 = 0,99$$

2. Le coefficient global 0,99 correspond à une baisse de 1 % : les deux évolutions ne s'annulent pas.

Le taux d'évolution global est -1 % (une baisse de 1 %).

Étape 8 · Taux de variation et nombre dérivé

Entoure : $-1/10 \cdot 6$ · La vitesse instantanée du mobile à l'instant $t = 2$ s vaut $4 \text{ m/s} \cdot 4 \cdot 7,0$ · Produire un objet de plus, au-delà de 10, coûte environ $23 \text{ €} \cdot 3,0$

Je démontre :

1. On définit $f(x) = 1/x$. Calcule la pente de la sécante à sa courbe entre les points d'abscisses 2 et 5.

1. La pente de la sécante vaut $(f(5) - f(2)) / (5 - 2)$.
2. $f(2) = 1/2$ et $f(5) = 1/5$
3. $f(5) - f(2) = -3/10$
4. $-3/10 / 3 = -1/10$

La pente de la sécante est $-1/10$.

2. Pour $f(x) = x^2$ en 3, le taux de variation vaut 6,1 pour $h = 0,1$ et 6,01 pour $h = 0,01$. Vers quel nombre ce taux de variation semble-t-il se rapprocher quand h se rapproche de 0 ?

1. Plus h se rapproche de 0, plus le taux de variation se rapproche d'une valeur stable : 6,1 puis 6,01.
2. Cette valeur limite, vers laquelle le taux de variation se rapproche quand h se rapproche de 0, est le nombre dérivé.
3. $f'(3) = 6$

Le nombre dérivé de f en 3 est $f'(3) = 6$: le taux de variation s'en rapproche quand h se rapproche de 0.

3. La position d'un mobile à l'instant t (en secondes) est donnée par une fonction s . On sait que $s'(2) = 4$ (en mètres par seconde). Comment interpréter ce nombre dérivé ?

1. Le nombre dérivé d'une fonction position, en un instant donné, s'interprète comme une vitesse instantanée.
2. $s'(2) = 4$ signifie donc que le mobile va, à cet instant précis, à 4 m/s.

Le nombre dérivé $s'(2) = 4$ s'interprète comme la vitesse instantanée à l'instant $t = 2$ s.

Étape 9 · L'équation de la tangente

Entoure : $f'(2) = 4$ et $f(2) = 3 \cdot 2,05 = 56$ · $y = 2x + 1$ · $y = f(a) + f'(a)(x - a)$ · $y = 10x - 26$ · $y = 3x + 2$

Je démontre :

1. La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 4x - 5$. Quels sont $f'(2)$ et $f(2)$?

1. Dans l'équation d'une tangente $y = f'(a)(x - a) + f(a)$, le coefficient directeur est le nombre dérivé.
2. $f'(2) = 4$
3. $f(2)$ est l'ordonnée du point de tangence, obtenue en remplaçant x par 2 dans l'équation de la tangente.
4. $f(2) = 4 \times 2 - 5 = 3$

$f'(2) = 4$ et $f(2) = 3$.

2. On admet que $f(4) = 2$ et $f'(4) = 0,25$ pour $f(x) = \sqrt{x}$. Donne une valeur approchée de $f(4,2)$ en utilisant l'approximation linéaire.

1. $f(a + h) \approx f(a) + f'(a) \times h$
2. $f(4,2) \approx 2 + 0,25 \times 0,2$
3. $2 + 0,05 = 2,05$

Une valeur approchée de $f(4,2)$ est 2,05.

3. Une grandeur f vérifie $f(10) = 50$ et $f'(10) = 3$. Donne une valeur approchée de $f(12)$.

1. $f(10 + 2) \approx f(10) + f'(10) \times 2$
2. $50 + 3 \times 2 = 50 + 6 = 56$

Une valeur approchée de $f(12)$ est 56.

Étape 10 · Dérivées des fonctions de référence

Entoure : $f'(x) = 3x^2$, $f'(-2) = 12$ · $f'(x) = -1/x^2$, $f'(2) = -1/4$ · $f'(x) = 1/(2\sqrt{x})$, $f'(9) = 1/6$ · Non, car le taux de variation vaut -1 à gauche de 0 et 1 à droite : il n'a pas de limite unique · Négatif, car $f'(x) = 2x$ et -3 est négatif · $f'(x) = 5x^4$, $f'(2) = 80$

Je démontre :

1. Quelle est la dérivée de $f(x) = x^3$, et combien vaut-elle en -2 ?

1. La fonction dérivée de la fonction cube $x \mapsto x^3$ est $f'(x) = 3x^2$.

2. $f'(-2) = 3 \times (-2)^2 = 3 \times 4 = 12$

$f'(x) = 3x^2$, donc $f'(-2) = 12$.

2. Quelle est la dérivée de $f(x) = 1/x$, et combien vaut-elle en 2 ?

1. La fonction dérivée de la fonction inverse $x \mapsto 1/x$ est $f'(x) = -1/x^2$.

2. $f'(2) = -1/2^2 = -1/4$

$f'(x) = -1/x^2$, donc $f'(2) = -1/4$.

3. Quelle est la dérivée de $f(x) = \sqrt{x}$, et combien vaut-elle en 9 ?

1. La fonction dérivée de la fonction racine carrée est $f'(x) = 1/(2\sqrt{x})$, définie sur $]0; +\infty[$.

2. $f'(9) = 1/(2 \times \sqrt{9}) = 1/(2 \times 3) = 1/6$

$f'(x) = 1/(2\sqrt{x})$, donc $f'(9) = 1/6$.

Étape 11 · Dérivées et opérations

Entoure : $f'(x) = 2x - 1$, $f'(3) = 5$, $f'(x) = -1/(x + 3)^2$, $f'(1) = -1/16$, $f'(x) = -3/(x - 1)^2$, $f'(3) = -3/4$, $f'(x) = 9x^2 - 3$, $f'(2) = 33$, $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$, $f'(x) = -5/(x - 2)^2$, $f'(4) = -5/4$, $f'(x) = 3x^2 - 8x$, $f'(2) = -4$

Je démontre :

1. On définit $f(x) = (x + 1)(x - 2)$. En posant $u(x) = x + 1$ et $v(x) = x - 2$, quelle est $f'(x)$, et combien vaut-elle en 3 ?

1. La dérivée d'un produit se calcule par $(uv)' = u'v + uv'$, jamais par $u'v'$.
2. $u'(x) = 1$ et $v'(x) = 1$
3. $f'(x) = 1 \times (x - 2) + (x + 1) \times 1 = (x - 2) + (x + 1) = 2x - 1$
4. $f'(3) = 2 \times 3 - 1 = 5$

$$f'(x) = 2x - 1, \text{ donc } f'(3) = 5.$$

2. Quelle est la dérivée de $f(x) = 1/(x + 3)$, et combien vaut-elle en 1 ?

1. Pour $v(x) = x + 3$, la dérivée de $1/v$ est $-v'/v^2$, avec $v'(x) = 1$.
2. $f'(x) = -1/(x + 3)^2$
3. $f'(1) = -1/(1 + 3)^2 = -1/16 = -1/16$

$$f'(x) = -1/(x + 3)^2, \text{ donc } f'(1) = -1/16.$$

3. On définit $f(x) = (2x + 1)/(x - 1)$. Quelle est $f'(x)$, et combien vaut-elle en 3 ?

1. Pour $u(x) = 2x + 1$ et $v(x) = x - 1$, la dérivée de u/v est $(u'v - uv')/v^2$, avec $u'(x) = 2$ et $v'(x) = 1$.
2. $(2(x - 1) - (2x + 1) \times 1) / (x - 1)^2 = (2x - 2 - 2x - 1)/(x - 1)^2 = -3/(x - 1)^2$
3. $f'(3) = -3/(3 - 1)^2 = -3/4 = -3/4$

$$f'(x) = -3/(x - 1)^2, \text{ donc } f'(3) = -3/4.$$

Étape 12 · Variations et signe de la dérivée

Entoure : Croissante puis décroissante, maximum 4 en $x = 3$ · -3, atteint en $x = 1$ · $]-\infty ; 1] \cup [4 ; +\infty[$ · Elle est horizontale, car le nombre dérivé de f en l'abscisse de A vaut 0 · 5 · Décroissante sur $\mathbb{R}^-$, croissante sur $\mathbb{R}^+$, minimum en $x = 0$ · En $x = 2$, où f vaut 5

Je démontre :

1. Un rectangle a un périmètre de 20 m. En notant x la longueur d'un côté, sa largeur vaut $10 - x$ et son aire $A(x) = x(10 - x)$. Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ?

1. $A(x) = 10x - x^2$

2. $A'(x) = 10 - 2x$

3. $A'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

4. A' est positive avant 5, négative après : A admet bien un maximum en $x = 5$.

L'aire est maximale pour $x = 5$ m, et vaut alors 25 m².

2. Pour $f(x) = 2x^2 - 3$, quel est le sens de variation de f , sachant que $f'(x) = 4x$?

1. $f'(x) = 4x$

2. $f'(x)$ est négative pour x négatif, positive pour x positif.

3. Le coefficient de x^2 dans f est positif (2) : la parabole est tournée vers le haut, cohérent avec un minimum, pas un maximum.

f décroît sur $\mathbb{R}^-$ puis croît sur $\mathbb{R}^+$: elle admet un minimum en $x = 0$, conforme au coefficient positif de x^2 .

Étape 13 · La fonction exponentielle

Entoure : $e^8 \cdot e^{4x} \cdot 1 \cdot 2$ · Toujours strictement positif · g, car son exposant est négatif · $e^5 \cdot e^{4x}$

Je démontre :

1. Simplifie $e^3 \times e^5$.

- $\exp(3) \times \exp(5) = \exp(3 + 5)$
- Pour tous réels x et y , $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$.
- $e^3 \times e^5 = e^8$

$$e^3 \times e^5 = e^8.$$

2. Simplifie $e^x \times e^{3x}$ (où e^{3x} désigne e^{3x}).

- $\exp(x) \times \exp(3x) = \exp(x + 3x)$
- Pour tous réels x et y , $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$: ici avec $y = 3x$.
- $e^x \times e^{3x} = e^{4x}$

$$e^x \times e^{3x} = e^{4x}.$$

3. Simplifie $e^{5x} \times e^{-5x}$ (où ces écritures désignent e^{5x} et e^{-5x}).

- $\exp(x) \exp(-x) = 1$, pour tout réel x
- $e^{5x} \times e^{-5x} = e^0 = 1$

$$e^{5x} \times e^{-5x} = 1.$$

Étape 14 · Trigonométrie et cercle trigonométrique

Entoure : $1/2 \cdot \cos(45^\circ) = \sin(45^\circ) = \sqrt{2}/2 \cdot \cos(90^\circ) = 0$ et $\sin(90^\circ) = 1 \cdot \pi/3 \cdot 1/2 \cdot -\sqrt{3}/2 \cdot -1/2$

Je démontre :

1. Quelle est la valeur de $\sin(30^\circ)$?

- 30° est une valeur remarquable.
- $\sin(30^\circ) = 1/2$

$$\sin(30^\circ) = 1/2, \text{ une valeur remarquable.}$$

2. Quelles sont les valeurs de $\cos(90^\circ)$ et $\sin(90^\circ)$?

- Le point associé à 90° est le point J, sur l'axe vertical : son abscisse (le cosinus) est 0, son ordonnée (le sinus) est 1.

$$\cos(90^\circ) = 0 \text{ et } \sin(90^\circ) = 1.$$

Étape 15 · Produit scalaire : définitions et calcul

Entoure : $-20 \cdot 0 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 30 \cdot 10$ · Non, il manque une donnée (l'angle, une projection, ou des coordonnées)

Je démontre :

1. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 8$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 120° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

1. Comme l'angle est obtus, son cosinus est négatif.
2. $5 \times 8 \times (-0,5) = 40 \times (-0,5) = -20$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = -20$ (négatif, car l'angle entre les deux vecteurs est obtus).

2. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 9$, et l'angle géométrique entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 90° . Que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

1. $\cos(90^\circ) = 0$, donc le produit scalaire est nul dès que les deux vecteurs sont orthogonaux : c'est la caractérisation de l'orthogonalité par le produit scalaire.
2. $7 \times 9 \times 0 = 0$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

3. On sait que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$. Que vaut $\vec{v} \cdot \vec{u}$?

1. Le produit scalaire est symétrique : quels que soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$.
2. La valeur ne change donc pas quand on inverse l'ordre des deux vecteurs.

$\vec{v} \cdot \vec{u} = 9$, la même valeur que $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Étape 16 · Produit scalaire en coordonnées

Entoure : $10 \cdot \sqrt{29} \cdot -8 \cdot 5 \cdot \sqrt{13} \cdot (5 ; -2)$ · Oui, car $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$

Je démontre :

1. $\vec{u}$ a pour coordonnées (6 ; 8). Que vaut $\|\vec{u}\|$?

1. En base orthonormée, $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$, car $\|\vec{u}\|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} = x^2 + y^2$.
2. $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

$$\|\vec{u}\| = 10.$$

2. $\vec{v}$ a pour coordonnées (2 ; 5). Que vaut $\|\vec{v}\|$?

1. $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$
2. 29 n'est pas un carré parfait, donc je laisse le résultat sous la racine.

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{29}.$$

3. $\vec{u}$ a pour coordonnées (4 ; 3) et $\vec{v}$ a pour coordonnées (6 ; y). Pour quelle valeur de y $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils orthogonaux ?

1. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, par la caractérisation de l'orthogonalité en base orthonormée : $xx' + yy' = 0$.
2. $4 \times 6 + 3 \times y = 0$, donc $24 + 3y = 0$, donc $y = -8$.

$$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont orthogonaux pour } y = -8.$$

Étape 17 · Al-Kashi, angles et longueurs

Entoure : 7 cm · 60° · 42 · 26 · 4 · 7 m · La formule d'Al-Kashi : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(A)$

Je démontre :

1. Dans un triangle ABC, AB = 5 cm, AC = 3 cm, et l'angle en A mesure 120°. Quelle est la longueur BC ?

1. $\cos(120^\circ)$ est négatif : $\cos(120^\circ) = -0,5$, donc le terme $-2 \times AB \times AC \times \cos(A)$ devient positif.
2. $5^2 + 3^2 - 2 \times 5 \times 3 \times (-0,5) = 25 + 9 - (-15) = 34 + 15 = 49$
3. donc $BC = \sqrt{49} = 7$.

BC mesure 7 cm.

2. Dans un triangle ABC, AB = 5 cm, AC = 8 cm et BC = 7 cm. Que vaut l'angle en A ?

1. D'après la formule d'Al-Kashi réarrangée, $\cos(A) = (AC^2 + AB^2 - BC^2)/(2 \times AC \times AB)$.
2. $(8^2 + 5^2 - 7^2)/(2 \times 8 \times 5) = (64 + 25 - 49)/80 = 40/80 = 0,5$
3. $\cos(A) = 0,5$ correspond à l'angle remarquable 60°.

L'angle en A mesure 60°.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$, et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Que vaut $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$?

1. Par bilinéarité, $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2 \times (\vec{u} \cdot \vec{v}) + \|\vec{v}\|^2$, en développant le produit scalaire $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$.
2. $3^2 + 2 \times 4 + 5^2 = 9 + 8 + 25 = 42$

$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = 42$.

Étape 18 · Vecteur normal à une droite

Entoure : $2x + 5y + 13 = 0$ · $(1 ; 4)$ · $(-7 ; 3)$ · $(2 ; 2)$ · $(3 ; 5)$ · Parallèles, car leurs vecteurs normaux $(2 ; 3)$ et $(4 ; 6)$ sont colinéaires · Perpendiculaires, car $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$

Je démontre :

1. Quelle est une équation cartésienne de la droite passant par $A(1 ; -3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2 ; 5)$?

1. Une équation cartésienne de la droite de vecteur normal $\vec{n}(a ; b)$ passant par A est $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$, car $M(x ; y)$ appartient à la droite si et seulement si $\vec{AM}$ est orthogonal à $\vec{n}$.
2. $2(x - 1) + 5(y + 3) = 0$, donc $2x - 2 + 5y + 15 = 0$.
3. donc $2x + 5y + 13 = 0$.

Une équation cartésienne de la droite est $2x + 5y + 13 = 0$.

2. Parmi les vecteurs suivants, lequel est normal à la droite d'équation $x + 4y - 7 = 0$?

1. Pour une droite d'équation $ax + by + c = 0$, le vecteur normal a pour coordonnées $(a ; b)$.
2. Ici $a = 1$ et $b = 4$: les deux autres vecteurs proposés, orthogonaux à celui-ci, sont eux des vecteurs DIRECTEURS de d, pas des vecteurs normaux.

$\vec{n}(1 ; 4)$ est normal à d.

3. Une droite admet $\vec{n}(3 ; 7)$ comme vecteur normal. Lequel des vecteurs suivants est un vecteur directeur de cette droite ?

1. Un vecteur directeur $\vec{u}(x ; y)$ de la droite est orthogonal au vecteur normal $\vec{n}(a ; b)$: $\vec{n} \cdot \vec{u} = ax + by = 0$.
2. Le vecteur $\vec{u}(-b ; a)$, obtenu en échangeant les coordonnées de $\vec{n}$ et en changeant le signe de l'une d'elles, est toujours orthogonal à $\vec{n}$.
3. $3 \times (-7) + 7 \times 3 = -21 + 21 = 0$

$\vec{u}(-7 ; 3)$ est un vecteur directeur de la droite, orthogonal au vecteur normal $\vec{n}(3 ; 7)$.

Étape 19 · Équations de cercles

Entoure : Centre $(-1 ; 4)$, rayon 7 · Centre $(3 ; -2)$, rayon 4 · Non, car r^2 serait négatif · Oui, car $(5 - 2)^2 + (5 - 1)^2 = 25$ · À l'intérieur, car $3^2 + 3^2 = 18 < 25$ · $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$ · $(5 ; 0)$ et $(-5 ; 0)$

Je démontre :

1. Quels sont le centre et le rayon du cercle d'équation $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 49$?

1. L'équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ donne directement le centre $\Omega(a ; b)$: je lis les OPPOSÉS des constantes ajoutées à x et à y .
2. $(x + 1)^2$ s'écrit $(x - (-1))^2$, donc $a = -1$; $(y - 4)^2$ donne $b = 4$.
3. $r = \sqrt{49} = 7$

Le cercle a pour centre $(-1 ; 4)$ et pour rayon 7.

2. Quels sont le centre et le rayon du cercle d'équation $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$?

1. Je regroupe les termes en x et les termes en y , puis je complète chaque carré séparément.
2. $x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9$ et $y^2 + 4y = (y + 2)^2 - 4$.
3. L'équation devient $(x - 3)^2 - 9 + (y + 2)^2 - 4 - 3 = 0$.
4. $9 + 4 + 3 = 16$

Le cercle a pour centre $(3 ; -2)$ et pour rayon 4, car $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$.

3. L'équation $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$ définit-elle un cercle ?

1. $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$ et $y^2 + 2y = (y + 1)^2 - 1$.
2. L'équation devient $(x - 1)^2 - 1 + (y + 1)^2 - 1 + 3 = 0$, donc $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = -1$.
3. Un carré est toujours positif ou nul : leur somme ne peut jamais valoir -1 . Ce n'est donc pas un cercle.

Cette équation ne définit pas un cercle, car r^2 serait négatif.

Étape 20 · Automatismes : fonctions et représentations

Entoure : $]-\infty ; 2[$ · Négatif · Le maximum est 4, atteint en $x = 2$ · (1 ; 3) · (2 ; 0) · $y = -x + 3$ · $y = 2x + 1$ · $2 \cdot -2$

Je démontre :

1. Pour tracer la droite d'équation $y = 3x - 2$ à partir du point $A(0 ; -2)$, quel vecteur directeur utiliser ?

1. Une droite d'équation $y = ax + b$ admet le vecteur directeur $\vec{u}(1 ; a)$, car avancer de 1 en abscisse fait varier l'ordonnée de a .
2. Ici $a = 3$, donc $\vec{u}(1 ; 3)$ permet de tracer la droite à partir de A .

$\vec{u}(1 ; 3)$ est un vecteur directeur adapté pour tracer la droite depuis A .

2. On veut tracer la droite passant par $A(1 ; 2)$ avec un coefficient directeur de -2 . Quel second point obtient-on en avançant d'une unité en abscisse depuis A ?

1. Un coefficient directeur de -2 signifie qu'avancer de 1 en abscisse fait DIMINUER l'ordonnée de 2.
2. $2 + (-2) \times 1 = 2 - 2 = 0$

Le second point a pour coordonnées (2 ; 0).

3. $A(1 ; 4)$ et $B(5 ; 12)$. Quel est le coefficient directeur de la droite (AB) ?

1. Le coefficient directeur d'une droite passant par deux points est $a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A)$.
2. $(12 - 4)/(5 - 1) = 8/4 = 2$

Le coefficient directeur est 2.

Étape 21 · Probabilités conditionnelles et tableaux croisés

Entoure : $\frac{9}{10} \cdot \frac{27}{41} \cdot P(A \cap B) \div P(A) \cdot 60 \cdot 0,25 \cdot 0,3 \cdot P_{A(B)}$

Je démontre :

1. Toujours avec ce tableau, sachant que la pièce vient de la machine 1 (A), quelle est la probabilité qu'elle soit conforme (B), c'est-à-dire $P_A(B)$?

1. « Sachant A » signifie que je me place DÉJÀ dans la machine 1 : je ne considère plus que ses 60 pièces, plus l'effectif total du tableau.
2. $P_A(B) = 54/60 = 9/10$

$P_A(B) = 9/10$: sachant que la pièce vient de la machine 1, la probabilité qu'elle soit conforme est 9/10.

2. Sachant, cette fois, que la pièce est conforme (B), quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine 1 (A), c'est-à-dire $P_B(A)$?

1. « Sachant B » signifie que je me place dans la population des pièces conformes, 82 au total, pas dans celle des 60 pièces de la machine 1.
2. $P_B(A) = 54/82 = 27/41$
3. Cette valeur est différente de $P_A(B)$: les deux probabilités conditionnelles ne se confondent JAMAIS, sauf cas particulier.

$P_B(A) = 27/41$.

Étape 22 · Arbres pondérés et probabilités totales

Entoure : $12/25$ · $9/25$ · la probabilité de Vert SUR la branche partant de Jaune ($2/5$) · $3/20$ · $1/5$ · $7/20$ · $13/20$

Je démontre :

1. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard n'ait PAS de job étudiant, $P(\text{non Job})$?

1. La formule des probabilités totales s'applique encore : je dois ADDITIONNER les deux branches « non Job », celle de G et celle de T, pas garder une seule des deux.
2. $9/20 + 1/5 = 13/20$
3. Je vérifie : $7/20 + 13/20 = 1$.

$P(\text{non Job}) = 13/20$ (garder une seule branche de la partition oublierait une partie des élèves sans job).

2. Avec la même urne (deux tirages avec remise), quelle est la probabilité d'obtenir un jeton vert et un jeton jaune, dans un ordre quelconque ?

1. Deux chemins de l'arbre mènent à ce résultat : « Vert puis Jaune » et « Jaune puis Vert ». C'est la RÈGLE DES CHEMINS : j'additionne les probabilités de tous les chemins menant au même événement.
2. $6/25 + 6/25 = 12/25$
3. Ne garder qu'un seul chemin oublierait la moitié des issues favorables.

$P(\text{un vert et un jaune}) = 12/25$.

Étape 23 · Indépendance de deux évènements

Entoure : Oui, car $P(A) \times P(B) = 0,15 = P(A \cap B)$ · Non, car $P(A) \times P(B) = 0,2 \neq P(A \cap B)$ · Non, sauf si l'un des deux a une probabilité nulle · $1/216 \cdot 1/16 \cdot 625/1\,296$ · Parce que le second lancer n'est influencé en rien par le résultat du premier

Je démontre :

1. On donne $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,15$. A et B sont-ils indépendants ?

1. Je calcule le produit $P(A) \times P(B)$ et je le compare à $P(A \cap B)$, la seule vérification valable de l'indépendance.
2. $0,3 \times 0,5 = 0,15$
3. $0,15$ est bien égal à $P(A \cap B) = 0,15$: les deux évènements sont indépendants.

A et B sont indépendants, car $0,3 \times 0,5 = 0,15$.

2. On donne $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,1$. A et B sont-ils indépendants ?

1. $0,4 \times 0,5 = 0,2$
2. $0,2$ est différent de $P(A \cap B) = 0,1$: la condition d'indépendance n'est PAS vérifiée.

A et B ne sont pas indépendants, car $0,4 \times 0,5 = 0,2$, différent de $0,1$.

3. Deux évènements incompatibles (ils ne peuvent jamais se réaliser en même temps) sont-ils nécessairement indépendants ?

1. Incompatibles signifie $P(A \cap B) = 0$; indépendants signifierait $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
2. Si A et B ont chacun une probabilité NON NULLE, ces deux égalités sont contradictoires : deux évènements incompatibles de probabilités non nulles ne sont JAMAIS indépendants.
3. Indépendance et incompatibilité sont deux notions différentes, à ne jamais confondre l'une avec l'autre.

Deux évènements incompatibles ne sont indépendants que si l'un des deux a une probabilité nulle : ce sont deux notions distinctes.

Étape 24 · Variable aléatoire et loi de probabilité

Entoure : $3/10$ · $1/5$ · $4/5$ · la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur 3 · $0,6$ · la probabilité que X soit supérieur ou égal à 1 · $P(Y = 0) = 1/2$ et $P(Y = 1) = 1/2$

Je démontre :

1. Avec la même loi de probabilité, quelle est la valeur de $P(X \geq 1)$?

1. $P(X \geq 1)$ rassemble TOUTES les valeurs de X supérieures ou égales à 1, donc ici $X = 1$ ET $X = 3$: j'additionne leurs probabilités.
2. $3/10 + 1/2 = 4/5$
3. Autre méthode : $1 - P(X = 0) = 1 - 1/5 = 4/5$, car $X \geq 1$ est l'évènement complémentaire de $X = 0$.

$$P(X \geq 1) = 4/5.$$

2. Que signifie l'écriture $P(X = 3)$ pour une variable aléatoire X ?

1. $P(X = 3)$ est une PROBABILITÉ (un nombre entre 0 et 1), pas la valeur 3 elle-même ni un effectif : c'est la probabilité que X prenne exactement cette valeur.

$$P(X = 3) \text{ est la probabilité que } X \text{ prenne la valeur 3.}$$

3. Une variable aléatoire Y suit une loi de probabilité telle que $P(Y = 0) = 0,1$, $P(Y = 1) = 0,3$ et $P(Y = 3)$ inconnue. Quelle est la valeur de $P(Y = 3)$?

1. La somme des probabilités de toutes les valeurs d'une loi de probabilité vaut 1.
2. $0,1 + 0,3 = 0,4$
3. $1 - 0,4 = 0,6$

$$P(Y = 3) = 0,6.$$

Étape 25 · Espérance, variance et écart type

Entoure : 6,2 · 3,64 · 1,91 · 1,6 point · 0 · 1 · Non, l'espérance est une moyenne théorique sur un grand nombre de parties, pas le résultat d'une seule

Je démontre :

1. En utilisant $E(X) = 1,6$ et $E(X^2) = 6,2$, calcule la variance $V(X)$ grâce à la formule $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.

1. La formule de König-Huygens soustrait le CARRÉ de l'espérance à $E(X^2)$ — ne jamais oublier d'élever $E(X)$ au carré.
2. $1,6^2 = 2,56$
3. $6,2 - 2,56 = 3,64$

$$V(X) = 3,64.$$

2. Quelle est une valeur approchée au centième de l'écart type $\sigma(X)$, sachant que $V(X) = 3,64$?

1. L'écart type est la RACINE CARRÉE de la variance, jamais la variance elle-même.
2. $\sqrt{3,64} \approx 1,91$

$$\sigma(X) \approx 1,91 \text{ point.}$$

Étape 26 · Automatismes : statistiques et probabilités

Entoure : 18 · 7 · 8 · 13 · 50 · 9/10 · 9/10 · $P(A \cap B)$ · 3/7

Je démontre :

1. Un diagramme en boîte donne, pour une série statistique : minimum 2, premier quartile $Q_1 = 5$, médiane = 8, troisième quartile $Q_3 = 12$, maximum 20. Quel est l'écart interquartile de cette série ?

1. L'écart interquartile est la différence entre le troisième et le premier quartile.
2. $12 - 5 = 7$

L'écart interquartile est 7.

2. Sur ce même diagramme en boîte, quelle est la médiane de la série ?

1. La médiane est la valeur marquée au milieu de la boîte, entre Q_1 et Q_3 .

La médiane de cette série est 8.

Étape 27 · Listes Python : génération, parcours, comptage

Entoure : [3, 7, 1] · [0, 1, 4, 9] · 14 · 3 · 6 · 1/2 · [3, 8, 2]

Je démontre :

1. On exécute `resultats = []`

`resultats.append(3)`

`resultats.append(7)`

`resultats.append(1)`. Quelle est la valeur de `resultats` après ces instructions ?

1. La liste part vide, puis chaque appel à `append()` ajoute un élément À LA FIN, dans l'ordre où les instructions s'exécutent.
2. `resultats` contient donc, dans l'ordre, 3, puis 7, puis 1.

resultats vaut [3, 7, 1] après ces trois ajouts.

2. On exécute `carres = [n * n for n in range(4)]`. Quelle est la valeur de `carres` ?

1. `range(4)` parcourt les valeurs 0, 1, 2, 3 : la borne de fin, 4, n'est jamais atteinte.
2. $0 \times 0 = 0$
3. $1 \times 1 = 1$
4. $2 \times 2 = 4$
5. $3 \times 3 = 9$

carres vaut [0, 1, 4, 9].

3. On exécute `total = 0`

`for x in [4, 8, 2]:`

`total = total + x`. Quelle est la valeur de `total` après cette boucle ?

1. La boucle parcourt chaque élément de la liste [4, 8, 2] et l'ajoute à `total`, un par un.
2. $4 + 8 + 2 = 14$

total vaut 14 après la boucle.

LE GRAND BILAN · CORRIGÉ

1. $x^2 + x - 12$

2. 4

3. $1/2$

4. 42

5. e^{4x}

6. $-\sqrt{3}/2$

7. 53

8. 7 cm

9. 9

10. 5

11. Négatif

12. 1

13. 0,3

14. 0,25

15. 2

16. 60°

17. 49

18. 80 €

19. 3

20. $[-3 ; 2]$

21. e^{4x}

22. 92 €

23. 13

24. 162

25. -4 et 1

26. 26

27. 3 et 4

28. 56



La démonstration, ton meilleur outil

Un cahier ordinaire donne une réponse et voilà. Celui-ci va plus loin : chaque question a sa **démonstration animée**, gratuite, sur le site — les étapes s'affichent une par une jusqu'au résultat encadré, C.Q.F.D. Et chaque fiche méthode existe en capsule vidéo.

27 fiches méthode, jamais réinventées

223 questions entourées, 81 démonstrations à rédiger

Un QR par étape vers la démonstration animée du site

27 médailles à colorier, un diplôme à la fin



Ton coach t'attend en ligne : les autres classes, du CE1 à la terminale, les fiches en vidéo et le carnet de suivi. moncoachdemath.fr